

解答

1. 独立

2. 独立

3. (1) $\frac{3}{50}$ (2) $\frac{1}{15}$

4. (1) $\frac{25}{64}$ (2) $\frac{5}{14}$

5. (1) $\frac{5}{16}$ (2) $\frac{63}{64}$

6. (1) $\frac{625}{3888}$ (2) $\frac{80}{243}$

解説

1. $P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{52}$ であり $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ が成り立つ. よって, A と B は互いに独立である.

2. $P(A) = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$ であり $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ が成り立つ. よって, A と B は互いに独立である.

3. 1枚目に3の倍数を取り出す事象を A , 2枚目に4の倍数を取り出す事象を B とするとき, $P(A \cap B)$ が求める確率である.

(1) A と B は互いに独立だから

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{3}{50}$$

(2) 確率の乗法定理より

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

4. 1本目にはずれくじを引く事象を A , 2本目にはずれくじを引く事象を B とするとき, $P(A \cap B)$ が求める確率である.

(1) A と B は互いに独立だから

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64}$$

(2) 確率の乗法定理より

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$$

5. (1) ${}_6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{2^6} = \frac{5}{16}$

(2) 少なくとも1回表が出る事象は6回とも裏が出る事象の余事象だから

$$1 - {}_6C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{63}{64}$$

6. (1) ${}_5C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{5^3}{6^5} = \frac{625}{3888}$

(2) ${}_5C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{2^3}{3^5} = \frac{80}{243}$