第1章 2 「確率の基本性質」「期待値」 第3回

解答

1. $A \cap B$ は1回目に偶数の目が出て，2回目に3の倍数の目が出るという事象
$\overline{A}$ は1回目に奇数の目が出るという事象
$A \cup B$ は1回目に偶数の目が出る，または，2回目に3の倍数の目が出るという事象

2. (1) $\dfrac{14}{99}$　(2) $\dfrac{1}{99}$　(3) $\dfrac{5}{33}$

3. $\dfrac{37}{42}$

4. (1) $\dfrac{11}{26}$　(2) $\dfrac{43}{52}$　(3) $\dfrac{21}{26}$

5. 0.6 本

解説

1. $A \cap B$ は事象 A, B がともに起こるという事象であるから，$A \cap B$ は1回目に偶数の目が出て，2回目に3の倍数の目が出るという事象
$\overline{A}$ は事象 A が起こらないという事象であり，偶数の目でないということは奇数の目ということだから $\overline{A}$ は1回目に奇数の目が出るという事象
$A \cup B$ は事象 A, B のうち少なくとも1つが起こるという事象だから，$A \cup B$ は1回目に偶数の目が出る，または，2回目に3の倍数の目が出るという事象

2. (1) $P(A) = \dfrac{{}_5\mathrm{C}_3 \times {}_7\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_4} = \dfrac{14}{99}$

(2) $P(B) = \dfrac{{}_5\mathrm{C}_4}{{}_{12}\mathrm{C}_4} = \dfrac{1}{99}$

(3) A と B は互いに排反だから

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{14}{99} + \frac{1}{99} = \frac{5}{33}$$

3. 少なくとも1個が白玉であるという事象の余事象は3個すべてが黒玉という事象であり，その確率は $\dfrac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}$ だから，求める確率は

$$1 - \frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3} = \frac{37}{42}$$

4. (1) $A \cap B$ は抜いた1枚のカードがクラブの絵札という事象だから，確率の加法定理より

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{52} + \frac{13}{52} - \frac{3}{52} = \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$$

(2) $\overline{A}$ は抜いた1枚のカードが絵札でないという事象，$\overline{A} \cap B$ は抜いた1枚のカードがクラブの絵札でないカードという事象だから，確率の加法定理より

$$P(\overline{A} \cup B) = P(\overline{A}) + P(B) - P(\overline{A} \cap B) = \frac{40}{52} + \frac{13}{52} - \frac{10}{52} = \frac{43}{52}$$

(3) $\overline{B}$ は抜いた1枚のカードがクラブでない，つまり，ハート，ダイヤ，スペードのいずれかという事象，$A \cap \overline{B}$ は抜いた1枚のカードがハート，ダイヤ，スペードのいずれかの絵札という事象だから，確率の加法定理より

$$P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) = \frac{12}{52} + \frac{39}{52} - \frac{9}{52} = \frac{42}{52} = \frac{21}{26}$$

5. $0 \times \dfrac{{}_8\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3} + 1 \times \dfrac{{}_2\mathrm{C}_1 \times {}_8\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3} + 2 \times \dfrac{{}_2\mathrm{C}_2 \times {}_8\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_3} = \dfrac{3}{5} = 0.6$