

解答

1. 39通り
2. 180個
3. 36通り
4. $\frac{5}{9}$
5. $\frac{2}{7}$
6. $\frac{5}{12}$

解説

1. ハートは13枚、ダイヤの絵札は3枚あるから $13 \times 3 = 39$ で39通り。
2. 4けたの整数が偶数となるのは一の位を偶数の2, 4, 6の3通りのいずれかにし、残りの十、百、千の位に一の位で使った数字を除く5つの数字から3つを並べた場合だから $3 \times {}_5P_3 = 3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$ で180個
3. 特定の1人を含むには、10人から特定の1人を除いた9人から残りの2人を選べばよいから ${}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$ で36通り。
4. さいころを振ると1から6のいずれかの目が出るから、起こり得るすべての場合の数は $6 \times 6 \times 6$ 通りで、3個とも出る目がすべて異なる場合は $6 \times 5 \times 4$ 通りだから、求める確率は

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{9}$$
5. 4けたの整数は全部で ${}_7P_4$ 個できる。つまり、起こり得るすべての場合の数は ${}_7P_4$ 通りある。一方、6000以上の整数ができる場合は、1枚目に6または7の数字の書かれたカードを取り出し、一番左に置き、残りの3枚に一番左に置いた数字を除く6枚から3枚を取り出し隣に並べていった場合だから $2 \times {}_6P_3$ 通りある。よって求める確率は

$$\frac{2 \times {}_6P_3}{{}_7P_4} = \frac{2 \times 6 \times 5 \times 4}{7 \times 6 \times 5 \times 4} = \frac{2}{7}$$
6. 白玉7個、赤玉3個合わせて10個から5個を取り出すから、起こり得るすべての場合の数は ${}_{10}C_5$ 通り、一方、白玉が3個だけ含まれる場合は白玉7個から3個と赤玉3個から2個取り出す場合だから ${}_7C_3 \times {}_3C_2$ 通りある。よって、求める確率は

$$\frac{{}_7C_3 \times {}_3C_2}{{}_{10}C_5} = \frac{\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \times 3}{\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} = \frac{5}{12}$$