

解答

1. (1) 最小値 1 ($x = 0$) (2) 最大値 5 ($x = 2$)
 (3) 最大値 4 ($x = -1$) (4) 最小値 -5 ($x = 1$)
2. (1) 最大値 3 ($x = 0$), 最小値 -17 ($x = -2$) (2) 最大値 -5 ($x = -2$), 最小値 -65 ($x = 1$)
 (3) 最大値 13 ($x = 1$), 最小値 -8 ($x = -2$) (4) 最大値 26 ($x = -2$), 最小値 1 ($x = \frac{1}{2}$)
3. (1) $y = -x^2 + 16x + 960, 0 \leq x < 40$ (2) 最大値 1024(cm²) ($x = 8$ (cm))
4. (1) 1 個, $(-1, 0)$ (2) 0 個 (3) 2 個, $(1, 0), (\frac{3}{2}, 0)$
5. (1) $k < \frac{7}{3}$ (2) $k = \frac{7}{3}$ (3) $k > \frac{7}{3}$

解説

1. $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは $a > 0$ のとき下に凸より頂点で最小値, $a < 0$ のとき上に凸より頂点で最大値
- (1) $a = 4 > 0$ より下に凸, 最小値 1 ($x = 0$) (2) $a = -4 < 0$ より上に凸, 最大値 5 ($x = 2$)
- (3) $y = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3\{(x+1)^2 - 1\} + 1 = -3(x+1)^2 + 3 + 1 = -3(x+1)^2 + 4$
 $a = -3 < 0$ より上に凸, 最大値 4 ($x = -1$)
- (4) $y = 2(x^2 - 2x) - 3 = 2\{(x-1)^2 - 1\} - 3 = 2(x-1)^2 - 2 - 3 = 2(x-1)^2 - 5$
 $a = 2 > 0$ より下に凸, 最小値 -5 ($x = 1$)
2. (1) グラフは上に凸, 頂点 $(0, 3)$ で最大で, $x = -2$ のとき $y = -17, x = 1$ のとき $y = -2$
 よって 最大値 3 ($x = 0$), 最小値 -17 ($x = -2$)
- (2) 頂点 $(-3, -1)$ は範囲外で, $x = -2$ のとき $y = -5, x = 1$ のとき $y = -65$
 よって 最大値 -5 ($x = -2$), 最小値 -65 ($x = 1$)
- (3) $y = (x+4)^2 - 12$, 頂点 $(-4, -12)$ は範囲外で, $x = -2$ のとき $y = -8, x = 1$ のとき $y = 13$
 よって 最大値 13 ($x = 1$), 最小値 -8 ($x = -2$)
- (4) $y = 4(x - \frac{1}{2})^2 + 1$, グラフは下に凸, 頂点 $(\frac{1}{2}, 1)$ で最小で, $x = -2$ のとき $y = 26, x = 1$ のとき $y = 2$
 よって 最大値 26 ($x = -2$), 最小値 1 ($x = \frac{1}{2}$)
3. (1) $y = (24+x)(40-x) = 960 - 24x + 40x - x^2 = -x^2 + 16x + 960$, たて $x \geq 0$, 横 $40 - x > 0$
 よって $0 \leq x < 40$
- (2) $y = -x^2 + 16x + 960 = -(x^2 - 16x) + 960 = -\{(x-8)^2 - 64\} + 960 = -(x-8)^2 + 64 + 960 = -(x-8)^2 + 1024$
 グラフは上に凸で, 頂点 $(8, 1024)$ で最大 よって 最大値 1024(cm²) ($x = 8$ (cm))
4. (1) 判別式 $D = (-6)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3) = 0$ よって 共有点 1 個, $-3x^2 - 6x - 3 = -3(x+1)^2 = 0$ より $x = -1$
 したがって 共有点の座標は $(-1, 0)$
- (2) 判別式 $D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3 < 0$ よって 共有点 0 個
- (3) 判別式 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 > 0$ よって 共有点 2 個, $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3) = 0$ より $x = 1, \frac{3}{2}$
 したがって 共有点の座標は $(1, 0), (\frac{3}{2}, 0)$
5. (1) $D = 28 - 12k > 0$ よって $k < \frac{7}{3}$ (2) $D = 28 - 12k = 0$ よって $k = \frac{7}{3}$
- (3) $D = 28 - 12k < 0$ よって $k > \frac{7}{3}$