

解答

1. (1) 最小値 -3 ($x = 0$) (2) 最大値 2 ($x = -2$)
 (3) 最小値 -4 ($x = 4$) (4) 最大値 -3 ($x = 1$)
2. (1) 最大値 1 ($x = 2$), 最小値 -3 ($x = 0$) (2) 最大値 0 ($x = -1$), 最小値 -15 ($x = 2$)
 (3) 最大値 20 ($x = 2$), 最小値 -4 ($x = -1$) (4) 最大値 0 ($x = 2$), 最小値 -27 ($x = -1$)
3. (1) $y = -x^2 + 30x, 0 < x < 30$ (2) 最大値 $225(\text{cm}^2)$ ($x = 15(\text{cm})$)
4. (1) 2個, $(1, 0), (3, 0)$ (2) 0個 (3) 1個, $(-3, 0)$
5. (1) $k < 8$ (2) $k = 8$ (3) $k > 8$

解説

1. $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは $a > 0$ のとき下に凸より頂点で最小値, $a < 0$ のとき上に凸より頂点で最大値
- (1) $a = 2 > 0$ より下に凸, 最小値 -3 ($x = 0$) (2) $a = -3 < 0$ より上に凸, 最大値 2 ($x = -2$)
 (3) $y = (x - 4)^2 - 16 + 12 = (x - 4)^2 - 4$ $a = 1 > 0$ より下に凸, 最小値 -4 ($x = 4$)
 (4) $y = -2(x^2 - 2x) - 5 = -2\{(x - 1)^2 - 1\} - 5 = -2(x - 1)^2 + 2 - 5 = -2(x - 1)^2 - 3$
 $a = -2 < 0$ より上に凸, 最大値 -3 ($x = 1$)
2. (1) グラフは下に凸, 頂点 $(0, -3)$ で最小で, $x = -1$ のとき $y = -2$, $x = 2$ のとき $y = 1$
 よって, 最大値 1 ($x = 2$), 最小値 -3 ($x = 0$)
 (2) 頂点 $(-2, 1)$ は範囲外で, $x = -1$ のとき $y = 0$, $x = 2$ のとき $y = -15$
 よって, 最大値 0 ($x = -1$), 最小値 -15 ($x = 2$)
 (3) $y = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$, 頂点 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ は範囲外で, $x = -1$ のとき $y = -4$, $x = 2$ のとき $y = 20$
 よって, 最大値 20 ($x = 2$), 最小値 -4 ($x = -1$)
 (4) $y = -3(x - 2)^2$, 頂点 $(2, 0)$ で最大で, $x = -1$ のとき $y = -27$
 よって, 最大値 0 ($x = 2$), 最小値 -27 ($x = -1$)
3. (1) $y = x(30 - x) = 30x - x^2 = -x^2 + 30x$, たて $x > 0$, 横 $30 - x > 0$ よって $0 < x < 30$
 (2) $y = -x^2 + 30x = -(x^2 - 30x) = -\{(x - 15)^2 - 225\} = -(x - 15)^2 + 225$, グラフは上に凸で,
 頂点 $(15, 225)$ で最大 よって最大値 $225(\text{cm}^2)$ ($x = 15(\text{cm})$)
4. (1) 判別式 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 > 0$ よって共有点 2 個, $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0$ より $x = 1, 3$
 したがって共有点の座標は $(1, 0), (3, 0)$
 (2) 判別式 $D = (-3)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -11 < 0$ よって共有点 0 個
 (3) 判別式 $D = 12^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 0$ よって共有点 1 個, $2x^2 + 12x + 18 = 2(x + 3)^2 = 0$ より $x = -3$
 したがって共有点の座標は $(-3, 0)$
5. (1) $D = 64 - 8k > 0$ よって $k < 8$ (2) $D = 64 - 8k = 0$ よって $k = 8$ (3) $D = 64 - 8k < 0$ よって $k > 8$