日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前
／				

第４章 2 「1 階線形微分方程式」 第１回

例題 微分方程式 $\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{x}{t} = 4t^4$ の一般解を求めよ.

解 $\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{x}{t} = 0$ の一般解を求める. $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{x}{t}$ より $\displaystyle\int \frac{1}{x}dx = \int \frac{1}{t}dt$

$\log|x| = \log|t| + c$ (c は任意定数) より $C = \pm e^c$ とおくと, 一般解は $x = Ct$ (C は任意定数)

定数 C を t の関数 $u = C(t)$ で置き換えると $x = ut$

両辺を t で微分して $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{du}{dt}t + u$

微分方程式に代入して $\dfrac{du}{dt}t + u - \dfrac{ut}{t} = 4t^4$

$\dfrac{du}{dt}t = 4t^4$ より $\dfrac{du}{dt} = 4t^3$

$\displaystyle\int du = \int 4t^3 dt = t^4 + C$ (C は任意定数)

$u = t^4 + C$ より $x = ut$ に代入すると, 求める一般解は $x = (t^4 + C)t = t^5 + Ct$ (C は任意定数)

1. 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{x}{t} = 3t^3$

(2) $\dfrac{dx}{dt} - x = 2e^t$

(3) $\dfrac{dx}{dt} + 4tx = 4t$

(4) $\dfrac{dx}{dt} + 3t^2x = 2te^{-t^3}$