

日付	学科	学年	番号	名前
/				

### 第3章 8 「極座標による2重積分（発展その2）」 第1回

例題  $D$  を ( ) 内の不等式で表される  $xy$  平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を極座標変換によって求めよ.

$$\iint_D y^2 dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \iint_D y^2 dx dy &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (r \sin \theta)^2 r dr d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^2 r^3 dr \right\} \sin^2 \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \frac{1}{4} r^4 \right]_0^2 \sin^2 \theta d\theta \\ &= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \theta d\theta = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2\theta) d\theta = 2 \left[ \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi \end{aligned}$$

1.  $D$  を ( ) 内の不等式で表される  $xy$  平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を極座標変換によって求めよ.

$$(1) \iint_D y^2 dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$(2) \iint_D x^2 dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$(3) \iint_D y^2 (x^2 + y^2) dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0)$$