

日付	学科	学年	番号	名前
/				

### 第3章 5 「極座標による2重積分 (その2)」 第1回

例題  $D$  を ( ) 内の不等式で表される  $xy$  平面上的領域とするとき、次の2重積分の値を極座標変換によって求めよ.

$$(1) \iint_D (x^2 + y^2)^3 dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$(2) \iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy \quad (4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0)$$

解 (1)  $\iint_D (x^2 + y^2)^3 dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (r^2)^3 r dr d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^2 r^7 dr \right\} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \frac{1}{8} r^8 \right]_0^2 d\theta$   
 $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 32 d\theta = 32 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = 32 \left[ \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 16\pi$

(2)  $\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_2^3 \frac{1}{r^2} r dr d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_2^3 \frac{1}{r} dr \right\} d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[ \log |r| \right]_2^3 d\theta$   
 $= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\log 3 - \log 2) d\theta = (\log 3 - \log 2) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta = \log \frac{3}{2} \left[ \theta \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \pi \log \frac{3}{2}$

1.  $D$  を ( ) 内の不等式で表される  $xy$  平面上的領域とするとき、次の2重積分の値を極座標変換によって求めよ.

$$(1) \iint_D dx dy \quad (4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$(2) \iint_D (x^2 + y^2) dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$(3) \iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy \quad (1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0)$$

$$(4) \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy \quad (1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0)$$