

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第3章 1 「2重積分の計算（その1）」 第1回

例題 D を () 内の不等式で表される xy 平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D (x^2 + 4xy) dx dy \quad (2 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1)$$

解 教科書 p.70 の2重積分の計算 (1) の式 (3) を用いて y で積分してから x で積分すると

$$\begin{aligned} \iint_D (x^2 + 4xy) dx dy &= \int_2^3 \left\{ \int_0^1 (x^2 + 4xy) dy \right\} dx = \int_2^3 [x^2 y + 2xy^2]_0^1 dx \\ &= \int_2^3 \{x^2 \cdot 1 + 2x \cdot 1^2 - (x^2 \cdot 0 + 2x \cdot 0^2)\} dx = \int_2^3 (x^2 + 2x) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_2^3 = \left(\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2^2 \right) = \frac{34}{3} \end{aligned}$$

または、教科書 p.70 の2重積分の計算 (1) の式 (4) を用いて x で積分してから y で積分すると

$$\begin{aligned} \iint_D (x^2 + 4xy) dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_2^3 (x^2 + 4xy) dx \right\} dy = \int_0^1 \left[\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 y \right]_2^3 dy \\ &= \int_0^1 \left\{ \left(\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 \cdot y \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 \cdot y \right) \right\} dy = \int_0^1 \left(10y + \frac{19}{3} \right) dy = \left[5y^2 + \frac{19}{3}y \right]_0^1 = \frac{34}{3} \end{aligned}$$

1. D を () 内の不等式で表される xy 平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を求めよ。

$$(1) \iint_D xy dx dy \quad (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$$

$$(2) \iint_D xy^2 dx dy \quad (1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3)$$

$$(3) \iint_D (x + y) dx dy \quad (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$$

$$(4) \iint_D (2xy + 3y^2) dx dy \quad (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$$