日 付	学 科	学 年	番 号	名 前
／				

第２章 2 「全微分」 第１回

例題 関数 $z = e^{2x}\sin y$ の全微分を求めよ.

解 $z_x = (e^{2x}\sin y)_x$, $\sin y$ は定数だから $z_x = (e^{2x})'\sin y = e^{2x}(2x)'\sin y = 2e^{2x}\sin y$

$z_y = (e^{2x}\sin y)_y$, e^{2x} は定数だから $z_y = e^{2x}(\sin y)' = e^{2x}\cos y$

$dz = z_x dx + z_y dx$ に代入して $dz = 2e^{2x}\sin y\,dx + e^{2x}\cos y\,dy$

1. 次の関数の全微分を求めよ.

(1) $z = 2x^3y - 3x^2y^4$　　(2) $z = \sqrt{x-2y}$

(3) $z = \sin(2x+y)$　　(4) $z = \log(x^2+y)$

例題 曲面 $z = \dfrac{x}{y}$ 上の点 $(2,-1,-2)$ における接平面を求めよ.

解 曲面 $z = f(x,y)$ において曲面上の点 $(a,b,f(a,b))$ における接平面の方程式は

$z - f(a,b) = f_x(a,b)(x-a) + f_y(a,b)(y-b)$

$z_x = \left(\dfrac{1}{y}x\right)_x$, $\dfrac{1}{y}$ は定数だから $z_x = \dfrac{1}{y}(x)' = \dfrac{1}{y}$, $z_y = \left(\dfrac{x}{y}\right)_y$, x は定数だから $z_y = x\left(\dfrac{1}{y}\right)' = -\dfrac{x}{y^2}$

$x = 2, y = -1$ のとき $z_x = -1 = f_x(2,-1), z_y = -2 = f_y(2,-1)$, また $z = -2 = f(2,-1)$

よって求める接平面の方程式は $z - (-2) = -1\cdot(x-2) + (-2)\cdot\{y-(-1)\}$ を整理して

$x + 2y + z = -2$

2. 次の曲面上の指定された点における接平面を求めよ.

(1) $z = x^2 + xy - y^2$　点 $(1,1,1)$　　(2) $z = -x^3 + x^2y + 3y^2$　点 $(1,-1,1)$

(3) $z = x^2 - y^2$　　$x = 2, y = 1$ に対応する点