日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前
／				

第 1 章 3 「多項式による近似」「べき級数とマクローリン展開」 第 1 回

1. 次の関数の $x=0$ における 1 次近似式，2 次近似式を求め，等式で表せ．

(1) $f(x)=\sqrt{x+1}$　　(2) $f(x)=\dfrac{2}{1-x}$

例題 関数 $f(x)=\sqrt[3]{x}$ の $x=1$ における 2 次近似式を求め，等式で表せ．

解 $f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$，$f(1)=1^{\frac{1}{3}}=1$，$f'(x)=\dfrac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$，$f'(1)=\dfrac{1}{3}$，$f''(x)=-\dfrac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}$，$f''(1)=-\dfrac{2}{9}$

$x=1$ における 2 次近似式は $f(x)=f(1)+f'(1)(x-1)+\dfrac{1}{2}f''(1)(x-1)^2+\varepsilon_2$ であるから

$$\sqrt[3]{x}=1+\frac{1}{3}(x-1)-\frac{1}{9}(x-1)^2+\varepsilon_2$$

2. 次の関数の $x=1$ における 2 次近似式を求め，等式で表せ．

(1) $f(x)=e^{3x}$　　(2) $f(x)=\dfrac{1}{x}$

例題 教科書 p21 (6) を用いて，e^{2x} のマクローリン展開を求めよ．

解 $e^x=1+\dfrac{1}{1!}x+\dfrac{1}{2!}x^2+\dfrac{1}{3!}x^3+\cdots+\dfrac{1}{n!}x^n+\cdots$ より $e^{2x}=1+\dfrac{2}{1!}x+\dfrac{2^2}{2!}x^2+\dfrac{2^3}{3!}x^3+\cdots+\dfrac{2^n}{n!}x^n+\cdots$

3. 教科書 p21 (7)，(8) を用いて，次の関数のマクローリン展開を求めよ．

(1) $f(x)=\sin 4x$　　(2) $f(x)=\cos 3x$