

### 第3章 4 「極座標による2重積分 (その1)」 第1回

解答

1. (1)  $\pi$   
 (2)  $8\pi$   
 (3)  $\frac{\pi}{4}$   
 (4)  $18\pi$

解説

1. (1)  $\iint_D dx dy$   
 $= \int_0^{2\pi} \int_0^1 r dr d\theta$   
 $= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^1 r dr \right\} d\theta$   
 $= \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{2} r^2 \right]_0^1 d\theta$   
 $= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\theta$   
 $= \frac{1}{2} [\theta]_0^{2\pi}$   
 $= \pi$
- (2)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$   
 $= \int_0^{2\pi} \int_0^2 r^2 r dr d\theta$   
 $= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^2 r^3 dr \right\} d\theta$   
 $= \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{4} r^4 \right]_0^2 d\theta$   
 $= 4 \int_0^{2\pi} d\theta$   
 $= 4 [\theta]_0^{2\pi}$   
 $= 8\pi$
- (3)  $\iint_D (x^2 + y^2)^3 dx dy$   
 $= \int_0^{2\pi} \int_0^1 (r^2)^3 r dr d\theta$   
 $= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^1 r^7 dr \right\} d\theta$   
 $= \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{8} r^8 \right]_0^1 d\theta$   
 $= \frac{1}{8} \int_0^{2\pi} d\theta$   
 $= \frac{1}{8} [\theta]_0^{2\pi}$   
 $= \frac{\pi}{4}$

$$(4) \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^3 \sqrt{r^2} r dr d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^3 r^2 dr \right\} d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{3} r^3 \right]_0^3 d\theta$$

$$= 9 \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= 9 [\theta]_0^{2\pi}$$

$$= 18\pi$$