

第3章 1 「2重積分の計算（その1）」 第1回

解答

1. (1) $\frac{1}{4}$
 (2) $\frac{27}{2}$
 (3) 1
 (4) 10

解説

1. (1)
$$\begin{aligned} \iint_D xy dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_0^1 xy dy \right\} dx \\ &= \int_0^1 \left[\frac{1}{2} xy^2 \right]_0^1 dx \\ &= \int_0^1 \frac{1}{2} x dx \\ &= \left[\frac{1}{4} x^2 \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} \iint_D xy^2 dx dy &= \int_1^2 \left\{ \int_0^3 xy^2 dy \right\} dx \\ &= \int_1^2 \left[\frac{1}{3} xy^3 \right]_0^3 dx \\ &= \int_1^2 9x dx \\ &= \left[\frac{9}{2} x^2 \right]_1^2 = \frac{36}{2} - \frac{9}{2} \\ &= \frac{27}{2} \end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned} \iint_D (x+y) dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_0^1 (x+y) dy \right\} dx \\ &= \int_0^1 \left[xy + \frac{1}{2} y^2 \right]_0^1 dx \\ &= \int_0^1 \left(x + \frac{1}{2} \right) dx \\ &= \left[\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x \right]_0^1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned} \iint_D (2xy + 3y^2) dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_0^2 (2xy + 3y^2) dy \right\} dx \\ &= \int_0^1 \left[xy^2 + y^3 \right]_0^2 dx \\ &= \int_0^1 (4x + 8) dx \\ &= \left[2x^2 + 8x \right]_0^1 \\ &= 10 \end{aligned}$$

注意 (1) ~ (4) は、教科書 p.70 の2重積分の計算 (1) の式 (4) のように x で積分してから y で積分

(1)
$$\int_0^1 \left\{ \int_0^1 xy dx \right\} dy$$

(2)
$$\int_0^3 \left\{ \int_1^2 xy^2 dx \right\} dy$$

(3)
$$\int_0^1 \left\{ \int_0^1 (x+y) dx \right\} dy$$

(4)
$$\int_0^2 \left\{ \int_0^1 (2xy + 3y^2) dx \right\} dy$$

としても同じ値となる。