

第3章 4 「部分積分法」 第1回

解答

1. (1) $(x-1)e^x + C$
 (2) $x \sin x + \cos x + C$
 (3) $-x \cos x + \sin x + C$
 (4) $\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x} + C$
 (5) $-(x+1)e^{-x} + C$
 (6) $(x+1) \sin x + \cos x + C$
 (7) $\frac{1}{4}(2x \sin 2x + \cos 2x) + C$
 (8) $\frac{1}{4}(-2x \cos 2x + \sin 2x) + C$
2. (1) $\frac{1}{4}x^2(2 \log x - 1) + C$
 (2) $x(\log x - 1) + C$

解説

1. (1) $\int x e^x dx$
 $= x e^x - \int (x)' e^x dx$
 $= x e^x - \int e^x dx$
 $= x e^x - e^x + C$
 $= (x-1)e^x + C$
- (2) $\int x \cos x dx$
 $= x \sin x - \int (x)' \sin x dx$
 $= x \sin x - \int \sin x dx$
 $= x \sin x + \cos x + C$
- (3) $\int x \sin x dx$
 $= x(-\cos x) - \int (x)'(-\cos x) dx$
 $= -x \cos x + \int \cos x dx$
 $= -x \cos x + \sin x + C$
- (4) $\int x e^{2x} dx$
 $= x \left(\frac{1}{2} e^{2x} \right) - \int (x)' \frac{1}{2} e^{2x} dx$
 $= \frac{1}{2} x e^{2x} - \int \frac{1}{2} e^{2x} dx$
 $= \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$
 $= \frac{1}{4} (2x-1) e^{2x} + C$
- (5) $\int x e^{-x} dx$
 $= x(-e^{-x}) - \int (x)'(-e^{-x}) dx$
 $= -x e^{-x} + \int e^{-x} dx$
 $= -x e^{-x} - e^{-x} + C$
 $= -(x+1)e^{-x} + C$

- (6) $\int (x+1) \cos x dx$
 $= (x+1) \sin x - \int (x+1)' \sin x dx$
 $= (x+1) \sin x - \int \sin x dx$
 $= (x+1) \sin x + \cos x + C$
- (7) $\int x \cos 2x dx$
 $= x \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) - \int (x)' \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) dx$
 $= \frac{1}{2} x \sin 2x - \int \frac{1}{2} \sin 2x dx$
 $= \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$
 $= \frac{1}{4} (2x \sin 2x + \cos 2x) + C$

- (8) $\int x \sin 2x dx$
 $= x \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) - \int (x)' \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) dx$
 $= -\frac{1}{2} x \cos 2x + \int \frac{1}{2} \cos 2x dx$
 $= -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$
 $= \frac{1}{4} (-2x \cos 2x + \sin 2x) + C$

2. (1) $\int x \log x dx$
 $= \frac{1}{2} x^2 \log x - \int \frac{1}{2} x^2 (\log x)' dx$
 $= \frac{1}{2} x^2 \log x - \int \frac{1}{2} x dx$
 $= \frac{1}{2} x^2 \log x - \frac{1}{4} x^2 + C$
 $= \frac{1}{4} x^2 (2 \log x - 1) + C$
- (2) $\int \log x dx$
 $= x \log x - \int x (\log x)' dx$
 $= x \log x - \int 1 dx$
 $= x \log x - x + C$
 $= x(\log x - 1) + C$