# 第２章 3 「関数の最大・最小」「不定形の極限」 第3回

## 解答

**1.** (1) 最大値 $-4$ $(x=1,3)$, 最小値 $-5$ $(x=2)$

(2) 最大値 $2$ $(x=-1)$, 最小値 $0$ $(x=-2)$

(3) 最大値 $4$ $(x=-1)$, 最小値 $-5$ $(x=2)$

(4) 最大値 $-26$ $(x=1)$, 最小値 $-54$ $(x=3)$

(5) 最大値 $\dfrac{11}{2}$ $(x=3)$, 最小値 $-7$ $(x=2)$

(6) 最大値 $e-1$ $(x=1)$, 最小値 $1$ $(x=0)$

**2.** (1) $-\dfrac{1}{5}$　　(2) $-\dfrac{1}{6}$

**3.** (1) $\dfrac{4}{3}$　　(2) $-\dfrac{1}{4}$　　(3) $2$　　(4) $0$

## 解説

**1.** (1) $y'=2x-4=2(x-2)$

$y'=0$ となる $x$ は $x=2$

| $x$ | $1$ | $\cdots$ | $2$ | $\cdots$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-4$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $-4$ |

最大値 $-4$ $(x=1,3)$, 最小値 $-5$ $(x=2)$

(2) $y'=-2x-1$,  $y'=0$ となる $x$ は $x=-\dfrac{1}{2}$

$\left(-\dfrac{1}{2}\right.$ は $-2\leqq x\leqq -1$ に含まれない$\left.\right)$

| $x$ | $-2$ | $\cdots$ | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | |
| $y$ | $0$ | ↗ | $2$ |

最大値 $2$ $(x=-1)$

最小値 $0$ $(x=-2)$

(3) $y'=-6x^2+6x=-6x(x-1)$

$y'=0$ となる $x$ は $x=0,1$

| $x$ | $-1$ | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ | $1$ | $\cdots$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $4$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-5$ |

最大値 $4$ $(x=-1)$, 最小値 $-5$ $(x=2)$

(4) $y'=3x^2-27=3(x+3)(x-3)$

$y'=0$ となる $x$ は $x=\pm 3$

($-3$ は $1\leqq x\leqq 3$ に含まれない)

| $x$ | $1$ | $\cdots$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ |
| $y$ | $-26$ | ↘ | $-54$ |

最大値 $-26$ $(x=1)$

最小値 $-54$ $(x=3)$

(5) $y'=2x^3-8x=2x(x+2)(x-2)$

$y'=0$ となる $x$ は $x=0,\pm 2$

($-2$ は $-1\leqq x\leqq 3$ に含まれない)

| $x$ | $-1$ | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ | $2$ | $\cdots$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\frac{5}{2}$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-7$ | ↗ | $\frac{11}{2}$ |

最大値 $\dfrac{11}{2}$ $(x=3)$, 最小値 $-7$ $(x=2)$

(6) $y'=e^x-1$,  $y'=0$ となる $x$ は $x=0$

| $x$ | $0$ | $\cdots$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $1$ | ↗ | $e-1$ |

最大値 $e-1$ $(x=1)$, 最小値 $1$ $(x=0)$

**2.** (1) 与式 $=\displaystyle\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-3)}=\lim_{x\to -2}\frac{x+3}{x-3}$

$=\dfrac{-2+3}{-2-3}=-\dfrac{1}{5}$

(2) 与式 $=\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{-2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{6}{x^2}+\dfrac{3}{x^3}}{12-\dfrac{3}{x}+\dfrac{8}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}}$

$=-\dfrac{2}{12}=-\dfrac{1}{6}$

**3.** (1) $\displaystyle\lim_{x\to 3}(6x^2-16x-6)=6\cdot 3^2-16\cdot 3-6=0$,

$\displaystyle\lim_{x\to 3}(7x^2-27x+18)=7\cdot 3^2-27\cdot 3+18=0$

より $\dfrac{0}{0}$ の不定形

与式 $=\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{(6x^2-16x-6)'}{(7x^2-27x+18)'}=\lim_{x\to 3}\frac{12x-16}{14x-27}$

$=\dfrac{36-16}{42-27}=\dfrac{20}{15}=\dfrac{4}{3}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to -1}(x^5+3x^2-2)=(-1)^5+3(-1)^2-2=0$,

$\displaystyle\lim_{x\to -1}(x^4-4x^2+3)=(-1)^4-4(-1)^2+3=0$

より $\dfrac{0}{0}$ の不定形

与式 $=\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{(x^5+3x^2-2)'}{(x^4-4x^2+3)'}=\lim_{x\to -1}\frac{5x^4+6x}{4x^3-8x}$

$=\dfrac{5-6}{-4+8}=\dfrac{-1}{4}=-\dfrac{1}{4}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(3\sin x-x)=3\sin 0-0=0$,

$\displaystyle\lim_{x\to 0}(e^x-1)=e^0-1=0$ より $\dfrac{0}{0}$ の不定形

与式 $=\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(3\sin x-x)'}{(e^x-1)'}=\lim_{x\to 0}\frac{3\cos x-1}{e^x}$

$=\dfrac{3\cos 0-1}{e^0}=\dfrac{3-1}{1}=2$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\log x+2x)=\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(2e^x+3x)=\infty$

より $\dfrac{\infty}{\infty}$ の不定形

与式 $=\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(\log x+2x)'}{(2e^x+3x)'}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{1}{x}+2}{2e^x+3}$

$=\dfrac{0+2}{\infty}=0$