第2章 2 「関数の増減」「極大と極小」 第1回

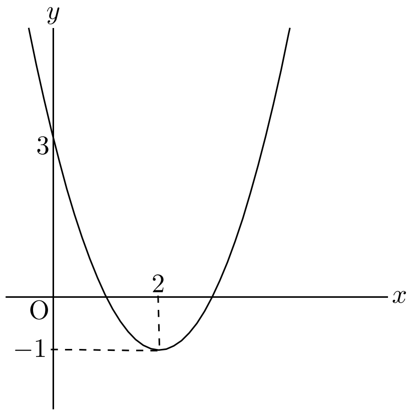
解答

1. (1) 単調に減少　　(2) 単調に増加

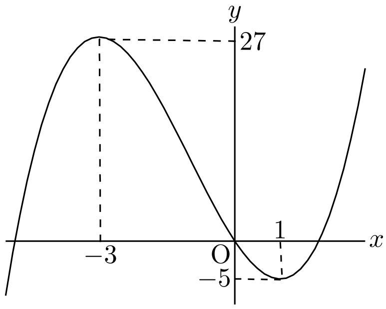
2. (1) $x > 1$ のとき増加, $x < 1$ のとき減少

(2) $x < 0, x > 2$ のとき増加,
$0 < x < 2$ のとき減少

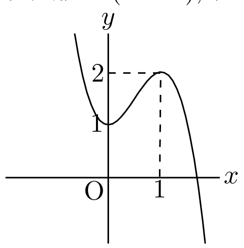
3. (1) 極大値なし, 極小値 -1 $(x = 2)$



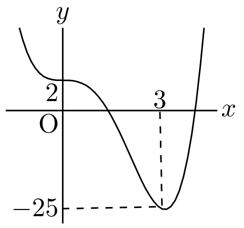
(2) 極大値 27 $(x = -3)$, 極小値 -5 $(x = 1)$



(3) 極大値 2 $(x = 1)$, 極小値 1 $(x = 0)$

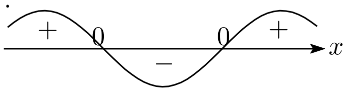


(4) 極大値なし, 極小値 -25 $(x = 3)$



解説

1. 関数が連続な範囲 (計算できてグラフがつながっている範囲) では y 座標が正 $(+)$ と負 $< 0(-)$ の区間は 0 で区切られる.



よって 0 で区切られた範囲はどの x の値で計算しても $+, -$ は一定で計算しやすい x の値で $+, -$ を決定すればよい.

(1) $f'(x) = -3x^2 - 2 \leqq -2 < 0$ よって
$(-\infty, \infty)$ で単調に減少

(2) $f'(x) = 1 - \sin x$
$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ のとき $0 < \sin x < 1$ より
$0 > -\sin x > -1, 1 > 1 - \sin x > 0$ すなわち
$f'(x) > 0$ よって $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ で単調に増加.

2. (1) $y' = 2x - 2 = 2(x - 1)$
$y' = 0$ となる x は $x = 1$

x	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$
y	↘	1	↗

$x > 1$ のとき増加
$x < 1$ のとき減少

(2) $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$
$y' = 0$ となる x は $x = 0, 2$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	1	↘	-3	↗

$x < 0, x > 2$ のとき増加
$0 < x < 2$ のとき減少

3. (1) $y' = 2x - 4 = 2(x - 2)$
$y' = 0$ となる x は $x = 2$

x	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$
y	↘	-1	↗

極大値なし
極小値 -1 $(x = 2)$

(2) $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x + 3)(x - 1)$
$y' = 0$ となる x は $x = -3, 1$

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	27	↘	-5	↗

極大値 27 $(x = -3)$
極小値 -5 $(x = 1)$

(3) $y' = -6x^2 + 6x = -6x(x - 1)$
$y' = 0$ となる x は $x = 0, 1$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘	1	↗	2	↘

極大値 2 $(x = 1)$
極小値 1 $(x = 0)$

(4) $y' = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x - 3)$
$y' = 0$ となる x は $x = 0, 3$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$-$	0	$-$	0	$+$
y	↘	2	↘	-25	↗

極大値なし
極小値 -25 $(x = 3)$

$(x = 0$ は極値ではない$)$