第１章 2 「微分係数」「導関数」 第１回

解答

1. (1) 3　　(2) 5

2. (1) 2　　(2) 6

3. (1) $f'(a)=6a$, 接線の傾き 6
(2) $f'(a)=8a$, 接線の傾き 8

4. $f'(x)=10x$, 微分係数 20

解説

1. (1) $f(x)=3x$ とおくと $f(1)=3,\ f(2)=6$
平均変化率は $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{6-3}{1}=3$
(2) $f(x)=x^2$とおくと $f(1)=1,\ f(4)=16$
平均変化率は $\dfrac{f(4)-f(1)}{4-1}=\dfrac{16-1}{3}=5$

2. (1) $f(z)=2z,\ f(2)=4$ より
$f'(2)=\lim_{z\to2}\dfrac{f(z)-f(2)}{z-2}=\lim_{z\to2}\dfrac{2z-4}{z-2}$
$=\lim_{z\to2}\dfrac{2(z-2)}{z-2}=\lim_{z\to2}2=2$
(2) $f(z)=z^2,\ f(3)=9$ より
$f'(3)=\lim_{z\to3}\dfrac{f(z)-f(3)}{z-3}=\lim_{z\to3}\dfrac{z^2-9}{z-3}$
$=\lim_{z\to3}\dfrac{(z+3)(z-3)}{z-3}=\lim_{z\to3}(z+3)$
$=3+3=6$

3. (1) $f(z)=3z^2,\ f(a)=3a^2$ より
$f'(a)=\lim_{z\to a}\dfrac{f(z)-f(a)}{z-a}$
$=\lim_{z\to a}\dfrac{3z^2-3a^2}{z-a}=\lim_{z\to a}\dfrac{3(z^2-a^2)}{z-a}$
$=\lim_{z\to a}\dfrac{3(z+a)(z-a)}{z-a}=\lim_{z\to a}3(z+a)$
$=3(a+a)=6a$
グラフ上の点 (1, 3) における接線の傾きは
微分係数 $f'(1)$ に等しく $f'(1)=6$
(2) $f(z)=4z^2,\ f(a)=4a^2$ より
$f'(a)=\lim_{z\to a}\dfrac{f(z)-f(a)}{z-a}=\lim_{z\to a}\dfrac{4z^2-4a^2}{z-a}$
$=\lim_{z\to a}\dfrac{4(z^2-a^2)}{z-a}=\lim_{z\to a}\dfrac{4(z+a)(z-a)}{z-a}$
$=\lim_{z\to a}4(z+a)=4(a+a)=8a$
接線の傾きは $f'(1)=8$

4. $f'(x)=\lim_{z\to x}\dfrac{5z^2-5x^2}{z-x}=\lim_{z\to x}\dfrac{5(z^2-x^2)}{z-x}$
$=\lim_{z\to x}\dfrac{5(z+x)(z-x)}{z-x}=\lim_{z\to x}5(z+x)$
$=5(x+x)=10x$
$x=2$ における微分係数は $f'(2)=20$