日 付	学 科	学 年	番 号	名 前

第3章 2 「二項分布」「ポアソン分布」 第1回

1. 赤球3個と白球1個が入っている袋の中から，1個の球を取り出し，色を調べてから袋に戻す．これを4回くり返すとき，赤球を取り出す回数を X とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 確率変数 X はどのような確率分布に従うか．

(2) 確率変数 X の確率分布表について，i)，ii) に入る数を求めよ．

k	0	1	2	3	4	計
$P(X=k)$	$\frac{1}{256}$	$\frac{12}{256}$	i)	ii)	$\frac{81}{256}$	1

2. 確率変数 X が次の二項分布に従うとき，X の平均と分散を求めよ．

(1) $B\left(80, \dfrac{1}{2}\right)$　　(2) $B\left(120, \dfrac{3}{4}\right)$　　(3) $B\left(216, \dfrac{1}{6}\right)$

3. 赤球3個と白球1個が入っている箱から1個の球を取り出し，色を調べてから箱に戻す．この試行を80回行ったとき，赤球の出た回数を X とする．このとき，$P(X=20)$ を求める式を記せ．また，$E[X]$，$V[X]$ を求めよ．

例題 ある都市では，1日当たりの交通事故数 X が平均1.5件のポアソン分布に従うと考えられている．このとき，交通事故件数が3件以上の発生確率を求めよ．

解 平均が1.5だから $\lambda=1.5$ となる．X はポアソン分布 $P_o(1.5)$ に従う．

$P(X=k)=e^{-1.5}\dfrac{1.5^k}{k!}\quad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$

$P(X\leqq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=e^{-1.5}\dfrac{1.5^0}{0!}+e^{-1.5}\dfrac{1.5^1}{1!}+e^{-1.5}\dfrac{1.5^2}{2!}$

$\qquad =\dfrac{1}{e^{1.5}}\left(1+1.5+\dfrac{1.5^2}{2}\right)=\dfrac{3.625}{e^{1.5}}=0.80885$

(もしくは，教科書 p.165 のポアソン分布表より

$P(X\leqq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0.22313+0.33470+0.25102=0.80885$)

したがって求める確率は，$P(X\geqq 3)=1-P(X\leqq 2)=1-0.80885=0.191$

4. 自動車の通行台数が単位時間につき平均1台である道路において，単位時間に通過する自動車の台数を X とする．X はポアソン分布に従うものとして，通過する自動車の台数が3台以上となる確率を求めよ．

例題 非常に多くの同種の製品の中に2％の不良品が含まれている．いま，この製品の中から任意に150個を抽出するとき，不良品の数が2以下である確率を求めよ．

解 不良品の個数を X とすると，確率変数 X は二項分布 $B(150, 0.02)$ に従う．$n=150$ は大きく，$p=0.02$ は小さいことから，$\lambda=150\times 0.02=3$ より，$B(150, 0.02)$ を $P_o(3)$ で近似する．

$P(X\leqq 2)\fallingdotseq P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=e^{-3}\dfrac{3^0}{0!}+e^{-3}\dfrac{3^1}{1!}+e^{-3}\dfrac{3^2}{2!}=\dfrac{1}{e^3}\left(1+3+\dfrac{9}{2}\right)=0.423$

(もしくは，教科書 p.165 のポアソン分布表より

$P(X\leqq 2)\fallingdotseq P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0.04979+0.14936+0.22404=0.423$)

5. 副作用の確率が0.1％の薬を5000人が服用したとき，副作用の出る人が4人以下である確率を求めよ．