日付	学科	学年	番号	名前
／				

第４章 1 「線形変換の定義」「線形変換の基本性質」 第１回

1. 次の線形変換を表す行列を求める．空欄□に数字を入れ行列を完成させよ．また，点 (1, 0) の像を求めよ．

(1) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+y \end{pmatrix}$ のとき，

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

(2) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y \\ x+6y \end{pmatrix}$ のとき，

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ をそれぞれ $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ に移す線形変換を表す行列 A を求めよ．

例題 線形変換 f によって，ベクトル $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ はそれぞれ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ に移されるとする．このとき，ベクトル $\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{p}-2\boldsymbol{q}$ は，それぞれどのようなベクトルに移されるか．

解 線形変換 f の基本性質

$$f(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}) = f(\boldsymbol{p}) + f(\boldsymbol{q}), \qquad f(k\boldsymbol{p}) = kf(\boldsymbol{p}) \quad (k : \text{実数})$$

を使い計算する．

$$f(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}) = f(\boldsymbol{p}) + f(\boldsymbol{q}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1 \\ 2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$f(\boldsymbol{p}-2\boldsymbol{q}) = f(\boldsymbol{p}) - 2f(\boldsymbol{q}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 2-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

3. 線形変換 f によって，ベクトル $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ はそれぞれ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ に移されるとする．このとき，次のベクトルはどのようなベクトルに移されるか．

(1) $\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}$　　(2) $\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q}$　　(3) $\boldsymbol{3p}+\boldsymbol{4q}$