日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前

第3章 3 「行列の積の行列式」 第1回

例題 A, B が同じ次数の正方行列で，$|A| = 2$, $|B| = 3$ のとき，次の行列式の値を求めよ．

(1) $|AB|$　(2) $|A^2|$　(3) $|{}^tA|$　(4) $|ABA|$　(5) $|AB^2|$　(6) $|{}^tAB|$

解 (1) $|AB| = |A||B| = 2 \times 3 = 6$

(2) $|A^2| = |AA| = |A||A| = |A|^2 = 2^2 = 4$

(3) $|{}^tA| = |A| = 2$

(4) $|ABA| = |A||B||A| = 2 \times 3 \times 2 = 12$

(5) $|AB^2| = |A||B|^2 = 2 \times 3^2 = 18$

(6) $|{}^tAB| = |{}^tA||B| = |A||B| = 2 \times 3 = 6$

1. A, B が同じ次数の正方行列で，$|A| = 3$, $|B| = 4$ のとき，次の行列式の値を求めよ．

(1) $|BA|$　(2) $|B^2|$　(3) $|{}^tB|$

(4) $|BAB|$　(5) $|A^2B|$　(6) $|A{}^tB|$

例題 A, B が同じ次数の正則な正方行列で，$|A| = 2$, $|B| = 5$ のとき，次の行列式の値を求めよ．

(1) $|A^{-1}|$　(2) $|B^{-1}|$　(3) $|AB^{-1}|$　(4) $|BA^{-1}|$　(5) $|A^{-1}B|$　(6) $|ABA^{-1}|$

解 (1) $|A^{-1}| = \dfrac{1}{|A|} = \dfrac{1}{2}$

(2) $|B^{-1}| = \dfrac{1}{|B|} = \dfrac{1}{5}$

(3) $|AB^{-1}| = |A||B^{-1}| = |A| \times \dfrac{1}{|B|} = \dfrac{2}{5}$

(4) $|BA^{-1}| = |B||A^{-1}| = |B| \times \dfrac{1}{|A|} = \dfrac{5}{2}$

(5) $|A^{-1}B| = |A^{-1}||B| = \dfrac{1}{|A|} \times |B| = \dfrac{5}{2}$

(6) $|ABA^{-1}| = |A||B||A^{-1}| = |A||B| \times \dfrac{1}{|A|} = 5$

2. A, B が同じ次数の正則な正方行列で，$|A| = 3$, $|B| = 5$ のとき，次の行列式の値を求めよ．

(1) $|A^{-1}|$　(2) $|B^{-1}|$　(3) $|A^{-1}B|$

(4) $|AB^{-1}|$　(5) $|A^{-1}B^{-1}|$　(6) $|BA^{-1}B|$