第 2 章 3 「消去法」 第 2 回

解答

1. (1) $x=5,\ y=-1$ (2) $x=3,\ y=2,\ z=1$

2. (1) $x=-t-3,\ y=2t+2,\ z=t$ (t は任意の数) (2) 解はない

解説

1.

(1) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 10 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{2\text{行}-1\text{行}\times 3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$

連立方程式に戻すと $\begin{cases} x+3y=2 \\ \qquad y=-1 \end{cases}$

よって $x=5,\ y=-1$

(2) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ -2 & 1 & 3 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow[3\text{行}+1\text{行}\times 2]{2\text{行}-1\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \end{array}\right) \xrightarrow{3\text{行}+2\text{行}\times 5} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{array}\right)$

最後の行列を連立方程式に戻すと $\begin{cases} x+2y+z=8 \\ \quad -y \qquad =-2 \\ \qquad\quad 5z=5 \end{cases}$

よって $x=3,\ y=2,\ z=1$

2.

(1) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & -8 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow[3\text{行}-1\text{行}\times 2]{2\text{行}+1\text{行}\times 2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{3\text{行}-2\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

最後の行列を連立方程式に戻すと $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ \qquad y-2z=2 \\ 0x+0y+0z=0 \end{cases}$

第 3 式はどのような $x,\ y,\ z$ に対しても成り立つから省いてよい．

これより

$\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ \qquad y-2z=2 \end{cases}$

$z=t$ とおいて $x,\ y$ を求めると $y=2t+2,\ x=-t-3$

以上より求める解は

$\begin{cases} x=-t-3 \\ y=2t+2 \qquad (t\text{ は任意の数}) \\ z=t \end{cases}$

(2) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 6 \end{array}\right) \xrightarrow[3\text{行}-1\text{行}\times 3]{2\text{行}+1\text{行}\times 2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & -4 & -3 \end{array}\right) \xrightarrow{3\text{行}+2\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right)$

最後の行列を連立方程式に戻すと $\begin{cases} x-2y+\ z=3 \\ \quad -3y+4z=7 \\ 0x+0y+0z=4 \end{cases}$

第 3 式はどのような $x,\ y,\ z$ に対しても成り立たない．

したがって，この連立方程式は解をもたない．