

第2章 2 「逆行列」 第2回

解答

1. (1) 正則, $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ (2) 正則でない
 (3) 正則, $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ (4) 正則でない
2. (1) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ (2) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$
3. (1) $\begin{pmatrix} -8 & 11 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 57 & 25 \\ -139 & -61 \end{pmatrix}$
4. (1) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $-\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ (3) $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 & -18 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ (4) $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 17 & 6 \\ -9 & -4 \end{pmatrix}$

解説

1. (1) $3 \times 2 - (-1) \times (-1) = 5 \neq 0$ より正則 (2) $2 \times 2 - 1 \times 4 = 0$ より正則でない
 逆行列は $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
 (3) $1 \times 4 - 3 \times 2 = -2 \neq 0$ より正則 (4) $3 \times 4 - (-6) \times (-2) = 0$ より正則でない
 逆行列は $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

2. (1) $AX = B$ の両辺に左から A^{-1} を掛けると

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$$

- (2) $YA = B$ の両辺に右から A^{-1} を掛けると

$$Y = BA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$$

3. (1) $AXB = C$ の両辺に左から A^{-1} , 右から B^{-1} を掛けると

$$X = A^{-1}CB^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 & 14 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 11 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

- (2) $BYA = C$ の両辺に右から A^{-1} , 左から B^{-1} を掛けると

$$Y = B^{-1}CA^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -17 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 57 & 25 \\ -139 & -61 \end{pmatrix}$$

4. (1) $3 \times 4 - 5 \times 2 = 2$
 よって $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
 (2) $(-2) \times 3 - 1 \times 1 = -7$
 よって $B^{-1} = -\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
 (3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} = -\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 & -18 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
 (4) $(BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \left(-\frac{1}{7}\right) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 17 & 6 \\ -9 & -4 \end{pmatrix}$