# 第１章 3 「ベクトルの図形への応用」「直線のベクトル方程式」 第３回

## 解答

**1.** (1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}$, $\mathrm{P}\,(2,\ 6)$　　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{2\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 5\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{7}$, $\mathrm{P}\left(\dfrac{2}{7},\ \dfrac{45}{7}\right)$

**2.** $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = (-9,\ -3)$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (-3,\ -1)$
$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 3\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ より，A, B, C は一直線上にある．

**3.** $t$ は実数

(1) $x = 5 + 3t,\ y = -1 + 2t$
(2) $x = -2 \quad (y = 3 + 3t)$
$y$ は次のいずれも正解である．$y = 6 + 3t \qquad y = 3 - 3t \qquad y = 6 - 3t$
(3) $x = 3 - 2t,\ y = -6 + 9t$
これ以外に次のいずれも正解である．
$x = 1 - 2t,\ y = 3 + 9t \qquad x = 3 + 2t,\ y = -6 - 9t \qquad x = 1 + 2t,\ y = 3 - 9t$

**4.** (1) $(3,\ 8)$　　(2) $(2,\ 3)$

**5.** (1) $\sqrt{5}$　　(2) $\dfrac{10}{\sqrt{13}}$

## 解説

**1.** 2 点 A, B に対し，線分 AB を $m : n$ の比に内分する点 P の位置ベクトルは $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{n\overrightarrow{\mathrm{OA}} + m\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{m + n}$ である．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2} = \dfrac{(6,\ 5) + (-2,\ 7)}{2} = \dfrac{(4,\ 12)}{2} = (2,\ 6)$ より，点 P の座標は　$(2,\ 6)$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{2\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 5\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{5 + 2} = \dfrac{2(6,\ 5) + 5(-2,\ 7)}{7} = \dfrac{(2,\ 45)}{7} = \left(\dfrac{2}{7},\ \dfrac{45}{7}\right)$ より，点 P の座標は　$\left(\dfrac{2}{7},\ \dfrac{45}{7}\right)$

**2.** 3 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{BC}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のうち 2 つが平行であれば，点 A, B, C は一直線上にある．

**3.** 点 $(x_0,\ y_0)$ を通り，方向ベクトルが $\vec{v} = (v_1,\ v_2)$ である直線の媒介変数による方程式は
$x = x_0 + v_1 t,\ y = y_0 + v_2 t \quad (t$ は実数$)$

(2) 直線が通る点として $(-2,\ 3)$，方向ベクトルとして $\big(-2 - (-2),\ 6 - 3\big) = (0,\ 3)$ を選ぶと，媒介変数による方程式は　$x = -2 + 0t = -2,\ y = 3 + 3t \quad (t$ は実数$)$
直線が通る点として $(-2,\ 6)$，方向ベクトルとして $\big(-2 - (-2),\ 3 - 6\big) = (0,\ -3)$ も選べる．$x$ はすべて $x = -2$ となるが，$y$ は解答に載せた他の 3 つのいずれでもよい．

(3) 直線が通る点として $(3,\ -6)$，方向ベクトルとして $\big(1 - 3,\ 3 - (-6)\big) = (-2,\ 9)$ を選ぶと，媒介変数による方程式は　$x = 3 - 2t,\ y = -6 + 9t \quad (t$ は実数$)$
直線が通る点として $(1,\ 3)$，方向ベクトルとして $(3 - 1,\ -6 - 3) = (2,\ -9)$ も選べるから，解答に載せた他の 3 つのいずれでもよい．

**4.** 直線 $ax + by + c = 0$ の法線ベクトルの 1 つは $\vec{n} = (a,\ b)$ である．

**5.** 点 $(x_0,\ y_0)$ と直線 $ax + by + c = 0$ の距離は $\dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ である．

(1) 点と直線の距離の公式より
$$\frac{|2 \times 0 + 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$
(2) 点と直線の距離の公式より
$$\frac{|3 \times (-3) - 2 \times 1 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{13}} = \frac{10}{\sqrt{13}}$$