# 第 7 章 5.「等比数列」 第 5 回

## 解答

**1.** (1) $2 \cdot 6^{n-1}$　(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$　(3) $2 \cdot (-4)^{n-1}$

**2.** (1) 10, 20, 80　(2) $\pm 2$, $\pm 50$, $\pm 1250$（複号同順）

**3.** (1) $2 \cdot 3^{n-1}$　(2) 162
(3) 第 9 項　(4) 728

**4.** (1) $2 \cdot (-4)^{n-1}$　(2) $-1638$

**5.** $15(\sqrt{2}+1)$

**6.** 第 5 項

## 解説

**1.** (1) $a = 2,\ r = 6$ より一般項は $a_n = 2 \times 6^{n-1} = 2 \cdot 6^{n-1}$

(2) $a = 3,\ r = \frac{1}{3}$ より一般項は $a_n = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

(3) $a = 2,\ r = -4$ より一般項は $a_n = 2 \times (-4)^{n-1} = 2 \cdot (-4)^{n-1}$

**2.** (1) 初項が 5 より $a = 5$　よって，公比を $r$ とすると一般項は $a_n = 5 \cdot r^{n-1}$ とあらわせる．$a_4 = 40$ より，$40 = 5 \cdot r^3$ から $r^3 = 8,\ r = 2$ を得る．よって $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$ となり，□に入る数はそれぞれ $a_2,\ a_3,\ a_5$ より，$a_2 = 10,\ a_3 = 20,\ a_5 = 80$.

(2) 初項を $a$, 公比を $r$ とすると，一般項 $a_n = ar^{n-1}$ より，$a_2 = 10,\ a_4 = 250$ から $a_2 = ar = 10 \cdots$①，$a_4 = ar^3 = 250 \cdots$②，② $\div$ ① $= r^2 = 25$ より，$r = \pm 5$　ここで，$r = 5$ のとき，①より $a = 2,\ a_3,\ a_5$ はそれぞれ，$a_3 = 50,\ a_5 = 1250$，$r = -5$ のとき，①より $a = -2,\ a_3 = -50,\ a_5 = -1250$ を得る．よって，□に入る数は，$\pm 2,\ \pm 50,\ \pm 1250$（複号同順）

**3.** (1) $a = 2,\ r = 3$ より $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$　(2) $a_5 = 2 \cdot 3^4 = 162$

(3) $13122 = 2 \cdot 3^{n-1}$ となる $n$ を求めればよい．$3^{n-1} = 6561 = 3^8$ より $n - 1 = 8,\ n = 9$　これより第 9 項

(4) $r \fallingdotseq 1$ より $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ を用いて，$S_6 = \frac{2(3^6 - 1)}{3 - 1} = 728$

**4.** (1) $a = 2,\ r = -4$ より，一般項は $a_n = 2 \times (-4)^{n-1} = 2 \cdot (-4)^{n-1}$

(2) $S_6 = \frac{2\{1 - (-4)^6\}}{1 - (-4)} = \frac{2 \times (-4095)}{5} = -1638$

**5.** $a = 1,\ r = \sqrt{2}$ より一般項は，$a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$ より $8\sqrt{2}$ が第何項かを求めればよい．
$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ より $(2^{\frac{1}{2}})^{n-1} = 2^{\frac{1}{2}(n-1)} = 8\sqrt{2} = 2^3 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{7}{2}}$ より $\frac{1}{2}(n-1) = \frac{7}{2}$，$n = 8$ となり，第 8 項までの和を求める．

$$S_8 = \frac{1\left\{(\sqrt{2})^8 - 1\right\}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{16 - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{15}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = 15(\sqrt{2} + 1)$$

**6.** 求める項数を $n$ とすると，等比数列の和の公式より $S_n = \frac{2 \times \{1 - (-3)^n\}}{1 - (-3)} = \frac{1 - (-3)^n}{2}$ より

$\frac{1 - (-3)^n}{2} = 122,\ 1 - (-3)^n = 244,\ (-3)^n = -243 = (-3)^5, n = 5$　これより第 5 項