第7章 5.「等比数列」 第4回

解答

1. (1) $-2\cdot 3^{n-1}$　(2) $2\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$　(3) $3\cdot(-3)^{n-1}$

2. (1) $-2,\ 4,\ 16$　(2) $\pm 3,\ \pm\dfrac{1}{3},\ \pm\dfrac{1}{27}$（複号同順）

3. (1) $2\cdot 5^{n-1}$　(2) 250
(3) 第5項　(4) 39062

4. (1) $8\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$　(2) $\dfrac{21}{4}$

5. 1365

6. 第8項

解説

1. (1) $a=-2,\ r=3$ より一般項は $a_n=-2\times 3^{n-1}=-2\cdot 3^{n-1}$
(2) $a=2,\ r=\dfrac{1}{3}$ より一般項は $a_n=2\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}=2\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$
(3) $a=3,\ r=-3$ より一般項は $a_n=3\times(-3)^{n-1}=3\cdot(-3)^{n-1}$

2. (1) 初項が1より $a=1$　よって，公比を r とすると一般項は $a_n=1\cdot r^{n-1}$ とあらわせる．$a_4=-8$ より，$r^3=-8,\ r=-2$ を得る．よって $a_n=(-2)^{n-1}$ となり，□に入る数はそれぞれ $a_2,\ a_3,\ a_5$ より，$a_2=-2,\ a_3=4,\ a_5=16.$
(2) 初項を a, 公比を r とすると，一般項 $a_n=ar^{n-1}$ より，$a_2=1,\ a_4=\dfrac{1}{9}$ から $a_2=ar=1\ \cdots$①，$a_4=ar^3=\dfrac{1}{9}\ \cdots$②，②÷①$=r^2=\dfrac{1}{9}$ より，$r=\pm\dfrac{1}{3}$　ここで，$r=\dfrac{1}{3}$ のとき，①より $a=3$，$a_3,\ a_5$ はそれぞれ，$a_3=\dfrac{1}{3},\ a_5=\dfrac{1}{27}$，$r=-\dfrac{1}{3}$ のとき，①より $a=-3,\ a_3=-\dfrac{1}{3},\ a_5=-\dfrac{1}{27}$ を得る．よって，□に入る数は，$\pm 3,\ \pm\dfrac{1}{3},\ \pm\dfrac{1}{27}$（複号同順）

3. (1) $a=2,\ r=5$ より $a_n=2\cdot 5^{n-1}$　(2) $a_4=2\cdot 5^3=250$
(3) $1250=2\cdot 5^{n-1}$ となる n を求めればよい．$5^{n-1}=625=5^4$ より $n-1=4,\ n=5$　これより第5項
(4) $r\neq 1$ より $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ を用いて，$S_7=\dfrac{2(5^7-1)}{5-1}=39062$

4. (1) $a=8,\ r=-\dfrac{1}{2}$ より，一般項は $a_n=8\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$
(2) $S_6=\dfrac{8\left\{1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^6\right\}}{1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)}=\dfrac{8\times\left(1-\dfrac{1}{64}\right)}{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{\dfrac{63}{8}}{\dfrac{3}{2}}\times\dfrac{8}{8}=\dfrac{63}{12}=\dfrac{21}{4}$

5. $a=1,\ r=4$ より一般項は，$a_n=4^{n-1}$ より1024が第何項かを求めればよい．$4^{n-1}=1024=4^5$ より，$n-1=5,\ n=6$ となり，第6項までの和を求める．$S_6=\dfrac{1(4^6-1)}{4-1}=1365$

6. 求める項数を n とすると，等比数列の和の公式より $S_n=\dfrac{-3(2^n-1)}{2-1}=-3(2^n-1)=-765$，
$2^n-1=255,\ 2^n=256=2^8,\ n=8$　これより第8項