第 7 章 5.「等比数列」 第 2 回

解答

1. (1) 5^{n-1}　(2) $2 \cdot 3^{n-1}$　(3) $3 \cdot (-2)^{n-1}$

2. (1) $4,\ 16,\ 256$　(2) $\pm 36,\ \pm 1,\ \pm\dfrac{1}{36}$（複号同順）

3. (1) $4 \cdot 3^{n-1}$　(2) 108
(3) 第 5 項　(4) 160

4. (1) $(-3)^{n-1}$　(2) -182

5. 9841

6. 第 5 項

解説

1. (1) $a=1,\ r=5$ より一般項は $a_n = 1 \times 5^{n-1} = 5^{n-1}$
(2) $a=2,\ r=3$ より一般項は $a_n = 2 \times 3^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1}$
(3) $a=3,\ r=-2$ より一般項は $a_n = 3 \times (-2)^{n-1} = 3 \cdot (-2)^{n-1}$

2. (1) 初項が 1 より $a=1$　よって，公比を r とすると一般項は $a_n = r^{n-1}$ とあらわせる．$a_4 = 64$ より，$64 = r^3$ から $r^3 = 64 = 4^3$，$r = 4$ を得る．よって $a_n = 4^{n-1}$ となり，□に入る数はそれぞれ a_2，a_3，a_5 より，$a_2 = 4,\ a_3 = 16,\ a_5 = 256$
(2) 初項を a，公比を r とすると，一般項 $a_n = ar^{n-1}$ より，$a_2 = 6,\ a_4 = \dfrac{1}{6}$ から $a_2 = ar = 6 \cdots$①，$a_4 = ar^3 = \dfrac{1}{6} \cdots$②，　②$\div$①$= r^2 = \dfrac{1}{36}$ より，$r = \pm\dfrac{1}{6}$　ここで，$r = \dfrac{1}{6}$ のとき，①より $a = 36$，a_3，a_5 はそれぞれ，$a_3 = 1,\ a_5 = \dfrac{1}{36}$，$r = -\dfrac{1}{6}$ のとき，①より $a = -36,\ a_3 = -1,\ a_5 = -\dfrac{1}{36}$ を得る．よって，□に入る数は，$\pm 36,\ \pm 1,\ \pm\dfrac{1}{36}$（複号同順）

3. (1) $a=4,\ r=3$ より $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$　(2) $a_4 = 4 \cdot 3^3 = 108$
(3) $324 = 4 \cdot 3^{n-1}$ となる n を求めればよい．$3^{n-1} = 81 = 3^4$ より $n-1 = 4,\ n = 5$　これより第 5 項
(4) $r \fallingdotseq 1$ より $S_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ を用いて，$S_4 = \dfrac{4(3^4-1)}{3-1} = 160$

4. (1) $a=1,\ r=-3$ より，一般項は $a_n = 1 \times (-3)^{n-1} = (-3)^{n-1}$
(2) $r \fallingdotseq 1$ より $\mathrm{S}_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ を用いて，$S_6 = \dfrac{1 \cdot \{1-(-3)^6\}}{1-(-3)} = \dfrac{-728}{4} = -182$

5. $a=1,\ r=3$ より一般項は，$a_n = 1 \times 3^{n-1} = 3^{n-1}$ より 3^8 が第何項かを求めればよい．$3^{n-1} = 3^8$ より $n-1 = 8,\ n = 9$ となり，第 9 項までの和を求める．$S_9 = \dfrac{1(3^9-1)}{3-1} = 9841$

6. 求める項数を n とすると，等比数列の和の公式より $S_n = \dfrac{1 \times (4^n-1)}{4-1} = \dfrac{4^n-1}{3}$ より $\dfrac{4^n-1}{3} = 341$，$4^n = 1024 = 4^5$，$n = 5$　これより第 5 項