第７章 5.「等比数列」 第１回

解答

1. (1) 2^{n-1}　(2) 2^n　(3) $4\cdot 3^{n-1}$

2. (1) 6, 18, 162　(2) ± 4, ± 36, ± 324（複号同順）

3. (1) $3\cdot 2^{n-1}$　(2) 48
(3) 第７項　(4) 3069

4. (1) $(-2)^{n-1}$　(2) -85

5. 510

6. 第 10 項

解説

1. (1) $a=1,\ r=2$ より一般項は $a_n=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$
(2) $a=2,\ r=2$ より一般項は $a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$
(3) $a=4,\ r=3$ より一般項は $a_n=4\times 3^{n-1}=4\cdot 3^{n-1}$

2. (1) 初項が 2 より $a=2$　よって，公比を r とすると一般項は $a_n=2\cdot r^{n-1}$ とあらわせる．$a_4=54$ より，$54=2\cdot r^3$ から $r^3=27$, $r=3$ を得る．よって $a_n=2\cdot 3^{n-1}$ となり，□に入る数はそれぞれ a_2, a_3, a_5 より，$a_2=6$, $a_3=18$, $a_5=162$
(2) 初項を a, 公比を r とすると，一般項 $a_n=ar^{n-1}$ より，$a_2=12$, $a_4=108$ から $a_2=ar=12\ \cdots$①, $a_4=ar^3=108\ \cdots$②, ②÷①$=r^2=9$ より，$r=\pm 3$　ここで，$r=3$ のとき，①より $a=4$, a_3, a_5 はそれぞれ，$a_3=36$, $a_5=324$, $r=-3$ のとき，①より $a=-4$, $a_3=-36$, $a_5=-324$ を得る．よって，□に入る数は，$\pm 4, \pm 36$, ± 324（複号同順）

3. (1) $a=3,\ r=2$ より $a_n=3\cdot 2^{n-1}$　(2) $a_5=3\cdot 2^4=48$
(3) $192=3\cdot 2^{n-1}$ となる n を求めればよい．$2^{n-1}=64=2^6$ より $n-1=6$, $n=7$ で，これより第７項
(4) $r\fallingdotseq 1$ より $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ を用いて，$S_{10}=\dfrac{3(2^{10}-1)}{2-1}=3069$

4. (1) $a=1,\ r=-2$ より，一般項は $a_n=1\times(-2)^{n-1}=(-2)^{n-1}$
(2) $r\fallingdotseq 1$ より $\mathrm{S}_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ を用いて，$S_8=\dfrac{1\cdot\{1-(-2)^8\}}{1-(-2)}=\dfrac{-255}{3}=-85$

5. $a=2,\ r=2$ より一般項は，$a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$ より 2^8 が第何項かを求めればよい．$2^n=2^8$ より $n=8$ となり，第８項までの和を求める．$S_8=\dfrac{2(2^8-1)}{2-1}=510$

6. 求める項数を n とすると，等比数列の和の公式より $S_n=\dfrac{1\times(2^n-1)}{2-1}=2^n-1$ より $2^n-1=1023$, $2^n=1024=2^{10}, n=10$　これより第 10 項