第7章 4.「等差数列」 第5回

解答

1. (1) 左から順に 1, 7, 19　　(2) 左から順に 24, 8, 0

2. (1) $4n-6$　(2) 42　(3) 第20項　(4) 第52項　(5) 576

3. (1) 442　　(2) 154

4. 第11項

5. 6783

解説

1. (1) 初項 -5, 第4項が 13, $a_n = a + (n-1)d$ より　$a_4 = -5 + 3d = 13$, これより $d = 6$
$a_n = -5 + (n-1) \times 6 = 6n - 11$ より，□の中に入る数はそれぞれ a_2, a_3, a_5 であるから，1, 7, 19

(2) $a_2 = 16$, $a_5 = -8$ より $a_n = a + (n-1)d$ から $a_2 = a + d = 16$, $a_5 = a + 4d = -8$　この2式を連立させて解くと，$d = -8$, $a = 24$ を得る．□の中に入る数はそれぞれ a_1, a_3, a_4 より，24, 8, 0

2. (1) 初項 -2, 公差 4 より一般項は，$a_n = -2 + (n-1) \times 4 = 4n - 6$

(2) $a_{12} = 4 \times 12 - 6 = 42$

(3) $a_n = 74$ より $4n - 6 = 74$　これを解いて，$n = 20$ より第20項

(4) $a_n \geqq 200$ より $4n - 6 \geqq 200$　これを解いて，$n \geqq \dfrac{206}{4} = 51.5$ で，n は自然数 より 第52項

(5) 等差数列の和 $S_n = \dfrac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ より $S_{18} = \dfrac{18\{2 \times (-2) + (18-1) \times 4\}}{2} = 576$

3. (1) 第1項が 2, 第2項が 5 より，初項 2, 公差 3 の等差数列とわかるので，末項 50 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$ より $50 = 3n - 1$ を解くことで，$n = 17$ を得る．これより，和は $S_{17} = \dfrac{n(a_1 + a_{17})}{2} = \dfrac{17(2+50)}{2} = 442$

(2) 第1項が 50, 第2項が 44 より，初項 50, 公差 -6 の等差数列とわかるので，末項 -28 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 50 + (n-1) \times (-6) = -6n + 56$ より $-28 = -6n + 56$ を解くことで，$n = 14$ を得る．これより，和は $S_{14} = \dfrac{n(a_1 + a_{14})}{2} = \dfrac{14\{50 + (-28)\}}{2} = 154$

4. 初項 -5, 公差 2 より等差数列の第 n 項までの和 $S_n = \dfrac{n\{-10 + 2(n-1)\}}{2} = \dfrac{n(2n-12)}{2}$ と表せる．これが 55 となるから，$\dfrac{n(2n-12)}{2} = 55$ より，$n^2 - 6n - 55 = 0$, $(n+5)(n-11) = 0$, $n = -5$, 11 で，n は自然数より第11項

5. これらの整数は，初項 150, 公差 3, 末項 249 の等差数列となる．一般項が $a_n = 150 + 3(n-1) = 3n + 147$ より，末項 249 は $249 = 3n + 147$ を解いて $n = 34$ となるから，求める和は $S_{34} = \dfrac{34(150 + 249)}{2} = 6783$