第 7 章 4.「等差数列」 第 4 回

解答

1. (1) 左から順に 7, 11, 19　　(2) 左から順に 13, 7, 4

2. (1) $5n-8$　　(2) 22　　(3) 第 17 項　　(4) 第 32 項　　(5) 552

3. (1) 112　　(2) 45

4. 第 8 項

5. 1612

解説

1. (1) 初項 3, 第 4 項が 15, $a_n = a + (n-1)d$ より　$a_4 = 3 + 3d = 15$, これより $d = 4$
$a_n = 3 + (n-1) \times 4 = 4n - 1$ より, □の中に入る数はそれぞれ a_2, a_3, a_5 であるから, 7, 11, 19

(2) $a_2 = 10$, $a_5 = 1$ より $a_n = a + (n-1)d$ から $a_2 = a + d = 10$, $a_5 = a + 4d = 1$　この 2 式を連立させて解くと, $d = -3$, $a = 13$ を得る. □の中に入る数はそれぞれ a_1, a_3, a_4 より, 13, 7, 4

2. (1) 初項 -3, 公差 5 より一般項は, $a_n = -3 + (n-1) \times 5 = 5n - 8$

(2) $a_6 = 5 \times 6 - 8 = 22$

(3) $a_n = 77$ より $5n - 8 = 77$　これを解いて, $n = 17$ より第 17 項

(4) $a_n \geqq 150$ より $5n - 8 \geqq 150$　これを解いて, $n \geqq 31.6$ で, n は自然数 より 第 32 項

(5) 等差数列の和 $S_n = \dfrac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ より $S_{16} = \dfrac{16\{2 \times (-3) + (16-1) \times 5\}}{2} = 552$

3. (1) 第 1 項が -5, 第 2 項が -3 より, 初項 -5, 公差 2 の等差数列とわかるので, 末項 21 が第何項かを求めればよい. 一般項が $a_n = -5 + (n-1) \times 2 = 2n - 7$ より $21 = 2n - 7$ を解くことで, $n = 14$ を得る. これより, 和は $S_{14} = \dfrac{n(a_1 + a_{14})}{2} = \dfrac{14\{(-5) + 21\}}{2} = 112$

(2) 第 1 項が 21, 第 2 項が 17 より, 初項 21, 公差 -4 の等差数列とわかるので, 末項 -11 が第何項かを求めればよい. 一般項が $a_n = 21 + (n-1) \times (-4) = -4n + 25$ より $-11 = -4n + 25$ を解くことで, $n = 9$ を得る. これより, 和は $S_9 = \dfrac{n(a_1 + a_9)}{2} = \dfrac{9\{21 + (-11)\}}{2} = 45$

4. 初項 1, 公差 4 より等差数列の第 n 項までの和 $S_n = \dfrac{n\{2 + 4(n-1)\}}{2} = \dfrac{n(4n-2)}{2}$ と表せる. これが 120 となるから, $\dfrac{n(4n-2)}{2} = 120$ より, $2n^2 - n - 120 = 0$, $(2n+15)(n-8) = 0$, $n = -\dfrac{15}{2}$, 8 で, n は自然数より第 8 項

5. これらの整数は, 初項 100, 公差 4, 末項 148 の等差数列となる. 一般項が $a_n = 100 + 4(n-1) = 4n + 96$ より, 末項 148 は $148 = 4n + 96$ を解いて $n = 13$ となるから, 求める和は $S_{13} = \dfrac{13(100 + 148)}{2} = 1612$