第 7 章 4.「等差数列」 第 3 回

解答

1. (1) 左から順に 6, 16, 21　　(2) 左から順に -15, -7, -3

2. (1) $4n-2$　　(2) 38　　(3) 第 16 項　　(4) 第 38 項　　(5) 450

3. (1) 189　　(2) 234

4. 第 14 項

5. 3417

解説

1. (1) 初項 1，第 3 項が 11，$a_n = a + (n-1)d$ より　$a_3 = 1 + 2d = 11$, これより $d = 5$
$a_n = 1 + (n-1) \times 5 = 5n - 4$ より，□の中に入る数はそれぞれ a_2, a_4, a_5 であるから，6, 16, 21

(2) $a_2 = -11$, $a_5 = 1$ より $a_n = a + (n-1)d$ から $a_2 = a + d = -11$, $a_5 = a + 4d = 1$　この 2 式を連立させて解くと，$d = 4$, $a = -15$ を得る．□の中に入る数はそれぞれ a_1, a_3, a_4 より，-15, -7, -3

2. (1) 初項 2, 公差 4 より一般項は，$a_n = 2 + (n-1) \times 4 = 4n - 2$

(2) $a_{10} = 4 \times 10 - 2 = 38$

(3) $a_n = 62$ より $4n - 2 = 62$　これを解いて，$n = 16$ より第 16 項

(4) $a_n \geqq 150$ より $4n - 2 \geqq 150$　これを解いて，$n \geqq 38$ より 第 38 項

(5) 等差数列の和 $S_n = \dfrac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ より $S_{15} = \dfrac{15\{2 \times 2 + (15-1) \times 4\}}{2} = 450$

3. (1) 第 1 項が 1, 第 2 項が 6 より，初項 1, 公差 5 の等差数列とわかるので，末項 41 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 1 + (n-1) \times 5 = 5n - 4$ より $41 = 5n - 4$ を解くことで，$n = 9$ を得る．これより，和は $S_9 = \dfrac{n(a_1 + a_9)}{2} = \dfrac{9(1+41)}{2} = 189$

(2) 第 1 項が 36, 第 2 項が 33 より，初項 36, 公差 -3 の等差数列とわかるので，末項 3 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 36 + (n-1) \times (-3) = -3n + 39$ より $3 = -3n + 39$ を解くことで，$n = 12$ を得る．これより，和は $S_{12} = \dfrac{n(a_1 + a_{12})}{2} = \dfrac{12(36+3)}{2} = 234$

4. 初項 4, 公差 -1 より等差数列の第 n 項までの和 $S_n = \dfrac{n\{8 - (n-1)\}}{2} = \dfrac{n(-n+9)}{2}$ と表せる．これが -35 となるから，$\dfrac{n(-n+9)}{2} = -35$ より，$n^2 - 9n - 70 = 0$, $(n+5)(n-14) = 0$, $n = -5$, 14 で，n は自然数より第 14 項

5. これらの整数は，初項 51，公差 3, 末項 150 の等差数列となる．一般項が $a_n = 51 + 3(n-1) = 3n + 48$ より，末項 150 は $150 = 3n + 48$ を解いて $n = 34$ となるから，求める和は $S_{34} = \dfrac{34(51+150)}{2} = 3417$