第 7 章 4.「等差数列」 第 2 回

解答

1. (1) 左から順に 6, 14, 18　　(2) 左から順に 3, -1, -3

2. (1) $3n-1$　　(2) 20　　(3) 第 27 項　　(4) 第 34 項　　(5) 610

3. (1) 488　　(2) 46

4. 第 6 項

5. 2550

解説

1. (1) 初項 2，第 3 項が 10，$a_n = a + (n-1)d$ より　$a_3 = 2 + 2d = 10$，これより $d = 4$
$a_n = 2 + (n-1) \times 4 = 4n - 2$ より，□の中に入る数はそれぞれ a_2，a_4，a_5 であるから，6，14，18

(2) $a_2 = 1$，$a_5 = -5$ より $a_n = a + (n-1)d$ から $a_2 = a + d = 1$，$a_5 = a + 4d = -5$　この 2 式を連立させて解くと，$d = -2$，$a = 3$ を得る．□の中に入る数はそれぞれ a_1，a_3，a_4 より，3，-1，-3

2. (1) 初項 2, 公差 3 より一般項は，$a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$

(2) $a_7 = 3 \times 7 - 1 = 20$

(3) $a_n = 80$ より $3n - 1 = 80$　これを解いて，$n = 27$ より第 27 項

(4) $a_n \geqq 100$ より $3n - 1 \geqq 100$　これを解いて，$n \geqq \dfrac{101}{3} = 33.66\cdots$ で，n は整数より，第 34 項（で 100 以上となる）

(5) 等差数列の和 $S_n = \dfrac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ より $S_{20} = \dfrac{20\{2 \times 2 + (20-1) \times 3\}}{2} = 610$

3. (1) 第 1 項が 8, 第 2 項が 11 より，初項 8, 公差 3 の等差数列とわかるので，末項 53 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 8 + (n-1) \times 3 = 3n + 5$ より $53 = 3n + 5$ を解くことで，$n = 16$ を得る．これより，和は $S_{16} = \dfrac{n(a_1 + a_{16})}{2} = \dfrac{16(8+53)}{2} = 488$

(2) 第 1 項が 24, 第 2 項が 22 より，初項 24, 公差 -2 の等差数列とわかるので，末項 -20 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 24 + (n-1) \times (-2) = -2n + 26$ より $-20 = -2n + 26$ を解くことで，$n = 23$ を得る．これより，和は $S_{23} = \dfrac{n(a_1 + a_{23})}{2} = \dfrac{23\{24 + (-20)\}}{2} = 46$

4. 初項 5, 公差 2 より等差数列の第 n 項までの和 $S_n = \dfrac{n\{10 + 2(n-1)\}}{2} = \dfrac{n(2n+8)}{2}$ と表せる．これが 60 となるから，$\dfrac{n(2n+8)}{2} = 60$ より，$n^2 + 4n - 60 = 0$，$(n+10)(n-6) = 0$，$n = -10$，6 で，n は自然数より第 6 項

5. これらの整数は，初項 102，公差 6, 末項 198 の等差数列となる．一般項が $a_n = 102 + 6(n-1) = 6n + 96$ より，末項 198 は $198 = 6n + 96$ を解いて $n = 17$ となるから，求める和は $S_{17} = \dfrac{17(102+198)}{2} = 2550$