第７章 4.「等差数列」 第１回

解答

1. (1) 左から順に 3, 7, 9　　(2) 左から順に -5, 1, 4

2. (1) $2n+1$　　(2) 11　　(3) 第 32 項　　(4) 第 50 項　　(5) 960

3. (1) 288　　(2) 500

4. 第 7 項

5. 3150

解説

1. (1) 初項 1，第 3 項が 5，$a_n = a + (n-1)d$ より　$a_3 = 1 + 2d = 5$, これより $d = 2$
$a_n = 1 + (n-1) \times 2 = 2n - 1$ より，□の中に入る数はそれぞれ a_2，a_4，a_5 であるから，3，7，9

(2) $a_2 = -2$，$a_5 = 7$ より $a_n = a + (n-1)d$ から $a_2 = a + d = -2$，$a_5 = a + 4d = 7$　この 2 式を連立させて解くと，$d = 3$，$a = -5$ を得る．□の中に入る数はそれぞれ a_1，a_3，a_4 より，-5，1，4

2. (1) 初項 3, 公差 2 より一般項は，$a_n = 3 + (n-1) \times 2 = 2n + 1$

(2) $a_5 = 2 \times 5 + 1 = 11$

(3) $a_n = 65$ より $2n + 1 = 65$　これを解いて，$n = 32$ より第 32 項

(4) $a_n \geqq 100$ より $2n + 1 \geqq 100$　これを解いて，$n \geqq \dfrac{99}{2} = 49.5$ で，n は整数より，第 50 項（で 100 以上となる）

(5) 等差数列の和 $S_n = \dfrac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ より $S_{30} = \dfrac{30\{2 \times 3 + (30-1) \times 2\}}{2} = 960$

3. (1) 第 1 項が -1, 第 2 項が 1 より，初項 -1, 公差 2 の等差数列とわかるので，末項 33 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = -1 + (n-1) \times 2 = 2n - 3$ より $33 = 2n - 3$ を解くことで，$n = 18$ を得る．これより，和は $S_{18} = \dfrac{n(a_1 + a_{18})}{2} = \dfrac{18(-1+33)}{2} = 288$

(2) 第 1 項が 56, 第 2 項が 53 より，初項 56, 公差 -3 の等差数列とわかるので，末項 -16 が第何項かを求めればよい．一般項が $a_n = 56 + (n-1) \times (-3) = -3n + 59$ より $-16 = -3n + 59$ を解くことで，$n = 25$ を得る．これより，和は $S_{25} = \dfrac{n(a_1 + a_{25})}{2} = \dfrac{25\{56 + (-16)\}}{2} = 500$

4. 初項 1, 公差 3 より等差数列の第 n 項までの和 $S_n = \dfrac{n\{2 + 3(n-1)\}}{2} = \dfrac{n(3n-1)}{2}$ と表せる．これが 70 となるから，$\dfrac{n(3n-1)}{2} = 70$ より，$3n^2 - n - 140 = 0$，$(3n+20)(n-7) = 0$，$n = -\dfrac{20}{3}$，7 で，n は自然数より第 7 項

5. これらの整数は，初項 100，公差 5, 末項 200 の等差数列となる．一般項が $a_n = 100 + 5(n-1) = 5n + 95$ より，末項 200 は $200 = 5n + 95$ を解いて $n = 21$ となるから，求める和は $S_{21} = \dfrac{21(100+200)}{2} = 3150$