第 7 章 1.「場合の数」 第 5 回

解答

1. 8 通り

2. 15 通り

3. 21 通り

4. (1) 12 個　(2) 18 個　(3) 30 個　(4) 32 個　(5) 6 個　(6) 90 個

5. 8 個

6. 5 個

7. 18 個

解説

1. コインの目の出方はそれぞれ 2 通りあるので，積の法則より $2^3 = 8$（通り）

2. 大，小のサイコロの目の組を (大の目，小の目）と表すことにすると，積が 4 の倍数となるのは，(1, 4), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (6, 2), (6, 4), (6, 6) の 15（通り）

3. (i) Q を通る場合，P から Q への行き方が 2 通り，Q から R までの行き方が 3 通り，R から S までの行き方が 3 通りより，積の法則より全部で $2 \times 3 \times 3 = 18$（通り).
(ii) Q を通らない場合，P から R への行き方が 1 通り，R から S までの行き方が 3 通りより，積の法則より全部で $1 \times 3 = 3$(通り).
P から S までの行き方は (i) または (ii) のいずれかだから，和の法則より道の選び方は全部で $18+3 = 21$(通り)

4. (1) 72 を素因数分解すると，$72 = 2^3 \times 3^2$ より 72 の約数は $2^p \times 3^q$ (p は 0, 1, 2, 3, q は 0, 1, 2 のいずれか) と表せる．p の選び方は 4 通り，q の選び方は 3 通りあるから，約数の個数は，積の法則より $4 \times 3 = 12$ (個)

(2) $588 = 2^2 \times 3^1 \times 7^2$ より，(1) と同様にして積の法則より $(2+1) \times (1+1) \times (2+1) = 18$(個)

(3) $1620 = 2^2 \times 3^4 \times 5^1$ より，(1) と同様にして積の法則より $(2+1) \times (4+1) \times (1+1) = 30$（個)

(4) $3000 = 2^3 \times 3^1 \times 5^3$ より，(1) と同様にして積の法則より $(3+1) \times (1+1) \times (3+1) = 32$（個)

(5) $(2x+1)^2(x-4)$ の約数は $(2x+1)^p \times (x-4)^q$ (p は 0, 1, 2, q は 0, 1 のいずれか) と表せる．p の選び方は 3 通り，q の選び方は 2 通りあるから，約数の個数は，積の法則より $3 \times 2 = 6$（個)

(6) $(x+1)(x-1)^2(x+2)^2(x+3)^4$ の約数は，(5) と同様にして積の法則により $(1+1)\times(2+1)\times(2+1)\times(4+1) = 90$ (個)

5. $y = 9 - x$ と変形すると，$x = 1$ のとき $y = 8$ となり，x と y の組 (x, y) で表すと (1, 8) となり，これを 1 個と数える．$x = 2, 3, \cdots$ として求めていくと，(2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1) となり，全部で 8 個

6. $y = 30 - 5x$ と変形すると，5 と同様にして $x = 1, 2, 3, 4, 5$ の時の y の値は正の整数となる．正の数の組は全部で 5 個

7. $y \leqq 14 - 4x$ と変形すると，$x = 1$ の時 $y \leqq 10$ となり，y は正より y のとりうる範囲は $1 \leqq y \leqq 10$ の整数となる値である．よって，式を満たす正の数の組は $(1, 10), (1, 9), \cdots (1, 1)$ の 10 個で，同様にして，$x = 2, 3$ のとき それぞれ 6 個，2 個となる．和の法則より全部で $10 + 6 + 2 = 18$(個)