第 7 章 1.「場合の数」 第 3 回

解答

1. 64 通り

2. 4 通り

3. 15 通り

4. (1) 12 個　(2) 9 個　(3) 12 個　(4) 20 個　(5) 15 個　(6) 32 個

5. 5 個

6. 5 個

7. 9 個

解説

1. コインの目の出方はそれぞれ 2 通りあるので，積の法則より $2^6 = 64$（通り）

2. 大，小のサイコロの目の組を (大の目，小の目）と表すことにすると，(1，4), (2，3), (3，2), (4，1) の 4（通り）

3. (i) Q を通る場合，P から Q への行き方が 2 通り，Q から R までの行き方が 2 通り，R から S までの行き方が 3 通りより，積の法則より全部で $2 \times 2 \times 3 = 12$（通り).
(ii) Q を通らない場合，P から R への行き方が 1 通り，R から S までの行き方が 3 通りより，積の法則より全部で $1 \times 3 = 3$(通り).
P から S までの行き方は (i) または (ii) のいずれかだから，和の法則より道の選び方は全部で $12+3 = 15$(通り)

4. (1) 60 を素因数分解すると，$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ より 60 の約数は $2^p \times 3^q \times 5^r$ (p は 0，1，2，q は 0，1，r は 0，1 のいずれか) と表せる．p の選び方は 3 通り，q の選び方は 2 通り，r の選び方は 2 通りあるから，約数の個数は，積の法則より $3 \times 2 \times 2 = 12$（個)
(2) $196 = 2^2 \times 7^2$ より，(1) と同様にして積の法則より $(2+1) \times (2+1) = 9$(個)
(3) $500 = 2^2 \times 5^3$ より，(1) と同様にして積の法則より $(2+1) \times (3+1) = 12$（個)
(4) $560 = 2^4 \times 5^1 \times 7^1$ より，(1) と同様にして積の法則より $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$（個)
(5) $x^4(x-4)^2$ の約数は $x^p \times (x-4)^q$ (p は 0，1，2，3，4，q は 0，1，2 のいずれか) とあらわせる. p の選び方は 5 通り，q の選び方は 3 通りあるから，約数の個数は，積の法則より $5 \times 3 = 15$（個)
(6) $(2x+1)(3x-1)^3(4x-1)^3$ の約数は，(5) と同様に積の法則により $(1+1) \times (3+1) \times (3+1) = 32$（個)

5. $y = 6 - x$ と変形すると，$x = 1$ のとき $y = 5$ となり，x と y の組 (x, y) で表すと $(1, 5)$ となり，これを 1 個と数える．$x = 2, 3, \cdots$ として求めていくと，$(2, 4)$，$(3, 3)$，$(4, 2)$，$(5, 1)$ となり，全部で 5 個

6. $x = 17 - 3y$ と変形すると，5 と同様にして $y = 1, 2, 3, 4, 5$ の時 x は正の整数となる．正の数の組は全部で 5 個

7. $x \leqq 12 - 5y$ と変形すると，$y = 1$ の時 $x \leqq 7$ となり，x は正より x のとりうる範囲は $1 \leqq x \leqq 7$ の中で整数である．よって，式を満たす正の数の組は $(1, 1)$，$(2, 1), \cdots (7, 1)$ の 7 個で，同様にして，$y = 2$ のとき 2 個となる. 和の法則より全部で $7 + 2 = 9$(個)