

第6章 1. 「2点間の距離と内分点」 第5回

解答

1. (1) $2\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{2}$
2. (1) $P\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ (2) $Q(0, 5)$ (3) $R(-5, -5)$ (4) $S\left(-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$
3. (1) $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (2) $Q\left(3, \frac{4}{3}\right)$ (3) $R\left(0, \frac{7}{3}\right)$ (4) $M(1, 2)$
4. (1) $(1, 3)$ (2) $(2, -1)$ (3) $(0, 1)$ (4) $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$
5. (1) $x = 4, y = 1$ (2) $x = 1, y = -2$

解説

1. 2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ の距離 AB は $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- (1) $OA = \sqrt{(-4-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ (2) $OB = \sqrt{(-3-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
- (3) $AB = \sqrt{\{-3 - (-4)\}^2 + (3-2)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
2. (1) $P(x, 0)$ とおくと $AP = BP$ より $\sqrt{(x-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{\{x - (-3)\}^2 + (0-4)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $x^2 - 2x + 1 + 4 = x^2 + 6x + 9 + 16$ よって $-8x = 20$ より $x = -\frac{5}{2}$ で, $P\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$
- (2) $Q(0, y)$ とおくと $AQ = BQ$ より $\sqrt{(0-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{\{0 - (-3)\}^2 + (y-4)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $1 + y^2 - 4y + 4 = 9 + y^2 - 8y + 16$ よって $4y = 20$ より $y = 5$ で, $Q(0, 5)$
- (3) $AR = BR$ より $\sqrt{(a-1)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{\{a - (-3)\}^2 + (a-4)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $a^2 - 2a + 1 + a^2 - 4a + 4 = a^2 + 6a + 9 + a^2 - 8a + 16$ よって $-4a = 20$ より $a = -5$ で, $R(-5, -5)$
- (4) $AS = BS$ より $\sqrt{(b-1)^2 + (b-2)^2} = \sqrt{\{b - (-3)\}^2 + (b-4)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $b^2 - 2b + 1 + b^2 + 4b + 4 = b^2 + 6b + 9 + b^2 + 8b + 16$ よって $-12b = 20$ より $b = -\frac{5}{3}$ で, $S\left(-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$
3. 2点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を結ぶ線分を $m:n$ の比に内分する点の座標は $\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$, 特に中点の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- (1) $P\left(\frac{1 \times 4 + 3 \times (-2)}{3+1}, \frac{1 \times 1 + 3 \times 3}{3+1}\right) = \left(\frac{4-6}{4}, \frac{1+9}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$
- (2) $Q\left(\frac{5 \times 4 + 1 \times (-2)}{1+5}, \frac{5 \times 1 + 1 \times 3}{1+5}\right) = \left(\frac{20-2}{6}, \frac{5+3}{6}\right) = \left(3, \frac{4}{3}\right)$
- (3) $R\left(\frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{2+1}, \frac{1 \times 1 + 2 \times 3}{2+1}\right) = \left(\frac{4-4}{3}, \frac{1+6}{3}\right) = \left(0, \frac{7}{3}\right)$
- (4) $M\left(\frac{4-2}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (1, 2)$
4. 3点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- (1) $\left(\frac{4-2+1}{3}, \frac{2+3+4}{3}\right) = (1, 3)$ (2) $\left(\frac{0+4+2}{3}, \frac{2-1-4}{3}\right) = (2, -1)$
- (3) $\left(\frac{3-4+1}{3}, \frac{-2+4+1}{3}\right) = (0, 1)$ (4) $\left(\frac{-4-2+1}{3}, \frac{1+2-1}{3}\right) = \left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$
5. (1) $\left(\frac{3-1+x}{3}, \frac{2+3+y}{3}\right) = (2, 2)$ より $\frac{2+x}{3} = 2, \frac{5+y}{3} = 2$ よって $x = 4, y = 1$
- (2) $\left(\frac{-1+3+x}{3}, \frac{6+2+y}{3}\right) = (1, 2)$ より $\frac{2+x}{3} = 1, \frac{8+y}{3} = 2$ よって $x = 1, y = -2$