

第6章 1. 「2点間の距離と内分点」 第4回

解答

1. (1) $\sqrt{26}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{13}$
2. (1) $P(5, 0)$ (2) $Q\left(0, \frac{5}{3}\right)$ (3) $R\left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right)$ (4) $S\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$
3. (1) $P\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ (2) $Q\left(-\frac{5}{3}, \frac{8}{3}\right)$ (3) $R\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$ (4) $M(-1, 3)$
4. (1) $(2, 1)$ (2) $(3, -1)$ (3) $(0, -1)$ (4) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$
5. (1) $x = 2, y = 4$ (2) $x = 4, y = 1$

解説

1. 2点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ の距離 AB は $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- (1) $OA = \sqrt{(5-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{26}$ (2) $OB = \sqrt{(3-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$
- (3) $AB = \sqrt{(3-5)^2 + \{2 - (-1)\}^2} = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
2. (1) $P(x, 0)$ とおくと $AP = BP$ より $\sqrt{(x-3)^2 + \{0 - (-1)\}^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (0-2)^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $x^2 - 6x + 9 + 1 = x^2 - 8x + 16 + 4$ よって $2x = 10$ より $x = 5$ で、 $P(5, 0)$
- (2) $Q(0, y)$ とおくと $AQ = BQ$ より $\sqrt{(0-3)^2 + \{y - (-1)\}^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (y-2)^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $9 + y^2 + 2y + 1 = 16 + y^2 - 4y + 4$ よって $6y = 10$ より $y = \frac{5}{3}$ で、 $Q\left(0, \frac{5}{3}\right)$
- (3) $AR = BR$ より $\sqrt{(a-3)^2 + \{a - (-1)\}^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (a-2)^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $a^2 - 6a + 9 + a^2 + 2a + 1 = a^2 - 8a + 16 + a^2 - 4a + 4$ よって $8a = 10$ より $a = \frac{5}{4}$ で、 $R\left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right)$
- (4) $AS = BS$ より $\sqrt{(b-3)^2 + \{-b - (-1)\}^2} = \sqrt{(b-4)^2 + (-b-2)^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $b^2 - 6b + 9 + b^2 - 2b + 1 = b^2 - 8b + 16 + b^2 + 4b + 4$ よって $-4b = 10$ より $b = -\frac{5}{2}$. $S\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$
3. 2点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を結ぶ線分を $m:n$ の比に内分する点の座標は $\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$, 特に中点の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- (1) $P\left(\frac{3 \times (-3) + 1 \times 1}{1+3}, \frac{3 \times 2 + 1 \times 4}{1+3}\right) = \left(\frac{-9+1}{4}, \frac{6+4}{4}\right) = \left(-2, \frac{5}{2}\right)$
- (2) $Q\left(\frac{2 \times (-3) + 1 \times 1}{1+2}, \frac{2 \times 2 + 1 \times 4}{1+2}\right) = \left(\frac{-6+1}{3}, \frac{4+4}{3}\right) = \left(-\frac{5}{3}, \frac{8}{3}\right)$
- (3) $R\left(\frac{1 \times (-3) + 4 \times 1}{4+1}, \frac{1 \times 2 + 4 \times 4}{4+1}\right) = \left(\frac{-3+4}{5}, \frac{2+16}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$
- (4) $M\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = (-1, 3)$
4. 3点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- (1) $\left(\frac{-2+6+2}{3}, \frac{4+1-2}{3}\right) = (2, 1)$ (2) $\left(\frac{5+3+1}{3}, \frac{-1+0-2}{3}\right) = (3, -1)$
- (3) $\left(\frac{-4+3+1}{3}, \frac{3+0-6}{3}\right) = (0, -1)$ (4) $\left(\frac{1-4+2}{3}, \frac{3+1+0}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$
5. (1) $\left(\frac{-2+3+x}{3}, \frac{-1+3+y}{3}\right) = (1, 2)$ より $\frac{1+x}{3} = 1, \frac{2+y}{3} = 2$ よって $x = 2, y = 4$
- (2) $\left(\frac{-3+2+x}{3}, \frac{3+5+y}{3}\right) = (1, 3)$ より $\frac{-1+x}{3} = 1, \frac{8+y}{3} = 3$ よって $x = 4, y = 1$