

第6章 1. 「2点間の距離と内分点」 第3回

解答

1. (1) $\sqrt{17}$ (2) $\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{34}$
2. (1) P(3, 0) (2) Q(0, -1) (3) $R\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ (4) $S\left(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)$
3. (1) $P\left(\frac{11}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ (2) $Q\left(\frac{16}{5}, -\frac{9}{5}\right)$ (3) $R\left(\frac{12}{5}, -\frac{13}{5}\right)$ (4) M(3, -2)
4. (1) (3, -1) (2) (1, -3) (3) (2, 1) (4) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
5. (1) $x = 3, y = -1$ (2) $x = 4, y = 0$

解説

1. 2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ の距離 AB は $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- (1) $OA = \sqrt{(-1-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17}$ (2) $OB = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$
- (3) $AB = \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + (-1 - 4)^2} = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$
2. (1) $P(x, 0)$ とおくと $AP = BP$ より $\sqrt{(x-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + \{0 - (-3)\}^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $x^2 - 4x + 4 + 9 = x^2 - 8x + 16 + 9$ よって $4x = 12$ より $x = 3$ で、 $P(3, 0)$
- (2) $Q(0, y)$ とおくと $AQ = BQ$ より $\sqrt{(0-2)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + \{y - (-3)\}^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $4 + y^2 - 6y + 9 = 16 + y^2 + 6y + 9$ よって $-12y = 12$ より $y = -1$ で、 $Q(0, -1)$
- (3) $AR = BR$ より $\sqrt{(a-2)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + \{a - (-3)\}^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $a^2 - 4a + 4 + a^2 - 6a + 9 = a^2 - 8a + 16 + a^2 + 6a + 9$ よって $-8a = 12$ より $a = -\frac{3}{2}$ で、 $R\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
- (4) $AS = BS$ より $\sqrt{(b-2)^2 + (-b-3)^2} = \sqrt{(b-4)^2 + \{-b - (-3)\}^2}$ 両辺を2乗して整理すると、 $b^2 - 4b + 4 + b^2 + 6b + 9 = b^2 - 8b + 16 + b^2 - 6b + 9$ よって $16b = 12$ より $b = \frac{3}{4}$ で、 $S\left(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)$
3. 2点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を結ぶ線分を $m:n$ の比に内分する点の座標は $\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$, 特に中点の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- (1) $P\left(\frac{1 \times 2 + 5 \times 4}{5+1}, \frac{1 \times (-3) + 5 \times (-1)}{5+1}\right) = \left(\frac{2+20}{6}, \frac{-3-5}{6}\right) = \left(\frac{11}{3}, -\frac{4}{3}\right)$
- (2) $Q\left(\frac{2 \times 2 + 3 \times 4}{3+2}, \frac{2 \times (-3) + 3 \times (-1)}{3+2}\right) = \left(\frac{4+12}{5}, \frac{-6-3}{5}\right) = \left(\frac{16}{5}, -\frac{9}{5}\right)$
- (3) $R\left(\frac{4 \times 2 + 1 \times 4}{1+4}, \frac{4 \times (-3) + 1 \times (-1)}{1+4}\right) = \left(\frac{8+4}{5}, \frac{-12-1}{5}\right) = \left(\frac{12}{5}, -\frac{13}{5}\right)$
- (4) $M\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-3-1}{2}\right) = (3, -2)$
4. 3点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- (1) $\left(\frac{3+4+2}{3}, \frac{-2-1+0}{3}\right) = (3, -1)$ (2) $\left(\frac{-1+3+1}{3}, \frac{-5-2-2}{3}\right) = (1, -3)$
- (3) $\left(\frac{4+0+2}{3}, \frac{2-1+2}{3}\right) = (2, 1)$ (4) $\left(\frac{-5+3+4}{3}, \frac{1-2-1}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
5. (1) $\left(\frac{4+2+x}{3}, \frac{-1+5+y}{3}\right) = (3, 1)$ より $\frac{6+x}{3} = 3, \frac{4+y}{3} = 1$ よって $x = 3, y = -1$
- (2) $\left(\frac{-1+3+x}{3}, \frac{5-2+y}{3}\right) = (2, 1)$ より $\frac{2+x}{3} = 2, \frac{3+y}{3} = 1$ よって $x = 4, y = 0$