

第6章 1. 「2点間の距離と内分点」 第2回

解答

1. (1) $\sqrt{10}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{34}$
2. (1) $P(-6, 0)$ (2) $Q\left(0, -\frac{6}{5}\right)$ (3) $R(-1, -1)$ (4) $S\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
3. (1) $P\left(\frac{7}{5}, \frac{14}{5}\right)$ (2) $Q\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (3) $R\left(\frac{9}{5}, \frac{8}{5}\right)$ (4) $M(2, 1)$
4. (1) $(2, 2)$ (2) $(3, 0)$ (3) $(-2, 1)$ (4) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$
5. (1) $x = -4, y = 1$ (2) $x = 2, y = 4$

解説

1. 2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ の距離 AB は $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- (1) $OA = \sqrt{(3-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{10}$ (2) $OB = \sqrt{(-2-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
- (3) $AB = \sqrt{(-2-3)^2 + \{2-(-1)\}^2} = \sqrt{(-5)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$
2. (1) $P(x, 0)$ とおくと $AP = BP$ より $\sqrt{(x-1)^2 + \{0-(-4)\}^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (0-1)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 4x + 4 + 1$ よって $2x = -12$ より $x = -6$ で, $P(-6, 0)$
- (2) $Q(0, y)$ とおくと $AQ = BQ$ より $\sqrt{(0-1)^2 + \{y-(-4)\}^2} = \sqrt{(0-2)^2 + (y-1)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $1 + y^2 + 8y + 16 = 4 + y^2 - 2y + 1$ よって $10y = -12$ より $y = -\frac{6}{5}$ で, $Q\left(0, -\frac{6}{5}\right)$
- (3) $AR = BR$ より $\sqrt{(a-1)^2 + \{a-(-4)\}^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (a-1)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $a^2 - 2a + 1 + a^2 + 8a + 16 = a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1$ よって $12a = -12$ より $a = -1$ で, $R(-1, -1)$
- (4) $AS = BS$ より $\sqrt{(b-1)^2 + \{-b-(-4)\}^2} = \sqrt{(b-2)^2 + (-b-1)^2}$ 両辺を2乗して整理すると, $b^2 - 2b + 1 + b^2 - 8b + 16 = b^2 - 4b + 4 + b^2 + 2b + 1$ よって $-8b = -12$ より $b = \frac{3}{2}$ で, $S\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
3. 2点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を結ぶ線分を $m:n$ の比に内分する点の座標は $\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$, 特に中点の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- (1) $P\left(\frac{4 \times 1 + 1 \times 3}{1+4}, \frac{4 \times 4 + 1 \times (-2)}{1+4}\right) = \left(\frac{4+3}{5}, \frac{16-2}{5}\right) = \left(\frac{7}{5}, \frac{14}{5}\right)$
- (2) $Q\left(\frac{1 \times 1 + 3 \times 3}{3+1}, \frac{1 \times 4 + 3 \times (-2)}{3+1}\right) = \left(\frac{1+9}{4}, \frac{4-6}{4}\right) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
- (3) $R\left(\frac{3 \times 1 + 2 \times 3}{2+3}, \frac{3 \times 4 + 2 \times (-2)}{2+3}\right) = \left(\frac{3+6}{5}, \frac{12-4}{5}\right) = \left(\frac{9}{5}, \frac{8}{5}\right)$
- (4) $M\left(\frac{1+3}{2}, \frac{4-2}{2}\right) = (2, 1)$
4. 3点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- (1) $\left(\frac{2+3+1}{3}, \frac{5-1+2}{3}\right) = (2, 2)$ (2) $\left(\frac{3+4+2}{3}, \frac{-2+3-1}{3}\right) = (3, 0)$
- (3) $\left(\frac{-6-2+2}{3}, \frac{0+2+1}{3}\right) = (-2, 1)$ (4) $\left(\frac{3+0-1}{3}, \frac{1-5+3}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$
5. (1) $\left(\frac{-3+1+x}{3}, \frac{4+1+y}{3}\right) = (-2, 2)$ より $\frac{-2+x}{3} = -2, \frac{5+y}{3} = 2$ よって $x = -4, y = 1$
- (2) $\left(\frac{2+5+x}{3}, \frac{-1+3+y}{3}\right) = (3, 2)$ より $\frac{7+x}{3} = 3, \frac{2+y}{3} = 2$ よって $x = 2, y = 4$