第 6 章 1.「2 点間の距離と内分点」 第 1 回

解答

1. (1) $\sqrt{13}$　(2) $\sqrt{10}$　(3) $\sqrt{17}$

2. (1) $\mathrm{P}\left(\dfrac{3}{8}, 0\right)$　(2) $\mathrm{Q}\left(0, -\dfrac{3}{2}\right)$　(3) $\mathrm{R}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$　(4) $\mathrm{S}\left(\dfrac{3}{10}, -\dfrac{3}{10}\right)$

3. (1) $\mathrm{P}\left(0, -\dfrac{14}{5}\right)$　(2) $\mathrm{Q}\left(-\dfrac{7}{4}, -\dfrac{7}{4}\right)$　(3) $\mathrm{R}\left(1, -\dfrac{17}{5}\right)$　(4) $\mathrm{M}\left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{5}{2}\right)$

4. (1) $(1, 1)$　(2) $(3, -3)$　(3) $(0, -2)$　(4) $\left(\dfrac{5}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$

5. (1) $x = -2, y = -1$　(2) $x = 1, y = 1$

解説

1. 2 点 $\mathrm{A}(x_1, y_1), \mathrm{B}(x_2, y_2)$ の距離 AB は $\mathrm{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(1) $\mathrm{OA} = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{13}$　(2) $\mathrm{OB} = \sqrt{(3-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$

(3) $\mathrm{AB} = \sqrt{(3-2)^2 + \{1-(-3)\}^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$

2. (1) $\mathrm{P}(x, 0)$ とおくと $\mathrm{AP} = \mathrm{BP}$ より $\sqrt{(x-3)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{\{x-(-1)\}^2 + (0-3)^2}$　両辺を 2 乗して整理すると，$x^2 - 6x + 9 + 4 = x^2 + 2x + 1 + 9$ よって $-8x = -3$ より $x = \dfrac{3}{8}$ で，$\mathrm{P}\left(\dfrac{3}{8}, 0\right)$

(2) $\mathrm{Q}(0, y)$ とおくと $\mathrm{AQ} = \mathrm{BQ}$ より $\sqrt{(0-3)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{\{0-(-1)\}^2 + (y-3)^2}$　両辺を 2 乗して整理すると，$9 + y^2 - 4y + 4 = 1 + y^2 - 6y + 9$ よって $2y = -3$ より $y = -\dfrac{3}{2}$ で，$\mathrm{Q}\left(0, -\dfrac{3}{2}\right)$

(3) $\mathrm{AR} = \mathrm{BR}$ より $\sqrt{(a-3)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{\{a-(-1)\}^2 + (a-3)^2}$　両辺を 2 乗して整理すると，$a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 = a^2 + 2a + 1 + a^2 - 6a + 9$ よって $-6a = -3$ より $a = \dfrac{1}{2}$ で，$\mathrm{R}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$

(4) $\mathrm{AS} = \mathrm{BS}$ より $\sqrt{(b-3)^2 + (-b-2)^2} = \sqrt{\{b-(-1)\}^2 + (-b-3)^2}$. 両辺を 2 乗して整理すると，$b^2 - 6b + 9 + b^2 + 4b + 4 = b^2 + 2b + 1 + b^2 + 6b + 9$ よって $-10b = -3$ より $b = \dfrac{3}{10}$ で，$\mathrm{S}\left(\dfrac{3}{10}, -\dfrac{3}{10}\right)$

3. 2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を結ぶ線分を $m : n$ の比に内分する点の座標は $\left(\dfrac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \dfrac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$, 特に中点の座標は $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$

(1) $\mathrm{P}\left(\dfrac{2 \times (-3) + 3 \times 2}{3+2}, \dfrac{2 \times (-1) + 3 \times (-4)}{3+2}\right) = \left(\dfrac{-6+6}{5}, \dfrac{-2-12}{5}\right) = \left(0, -\dfrac{14}{5}\right)$

(2) $\mathrm{Q}\left(\dfrac{3 \times (-3) + 1 \times 2}{1+3}, \dfrac{3 \times (-1) + 1 \times (-4)}{1+3}\right) = \left(\dfrac{-9+2}{4}, \dfrac{-3-4}{4}\right) = \left(-\dfrac{7}{4}, -\dfrac{7}{4}\right)$

(3) $\mathrm{R}\left(\dfrac{1 \times (-3) + 4 \times 2}{4+1}, \dfrac{1 \times (-1) + 4 \times (-4)}{4+1}\right) = \left(\dfrac{-3+8}{5}, \dfrac{-1-16}{5}\right) = \left(1, -\dfrac{17}{5}\right)$

(4) $\mathrm{M}\left(\dfrac{-3+2}{2}, \dfrac{-1-4}{2}\right) = \left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{5}{2}\right)$

4. 3 点 $\mathrm{A}(x_1, y_1), \mathrm{B}(x_2, y_2), \mathrm{C}(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ の重心 G の座標は $\left(\dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

(1) $\left(\dfrac{-1+2+2}{3}, \dfrac{4+1-2}{3}\right) = (1, 1)$　(2) $\left(\dfrac{4+0+5}{3}, \dfrac{1-7-3}{3}\right) = (3, -3)$

(3) $\left(\dfrac{-3+2+1}{3}, \dfrac{-4-3+1}{3}\right) = (0, -2)$　(4) $\left(\dfrac{4+2-1}{3}, \dfrac{-1+2+1}{3}\right) = \left(\dfrac{5}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$

5. (1) $\left(\dfrac{2+3+x}{3}, \dfrac{5-1+y}{3}\right) = (1, 1)$ より $\dfrac{5+x}{3} = 1, \dfrac{4+y}{3} = 1$ よって $x = -2, y = -1$

(2) $\left(\dfrac{4+1+x}{3}, \dfrac{-1-3+y}{3}\right) = (2, -1)$ より $\dfrac{5+x}{3} = 2, \dfrac{-4+y}{3} = -1$ よって $x = 1, y = 1$