第 5 章 2.「鈍角の三角比」 第 2 回

解答

1. (1) $\dfrac{1}{2}$　(2) $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ または $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ または $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ または $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $-\dfrac{1}{2}$　(6) $-\sqrt{3}$　(7) 0　(8) 0

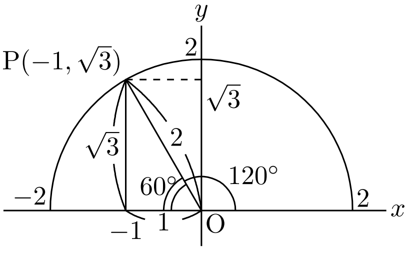
2. (1) $\sin 28^\circ$　(2) $-\cos 15^\circ$　(3) $-\tan 33^\circ$

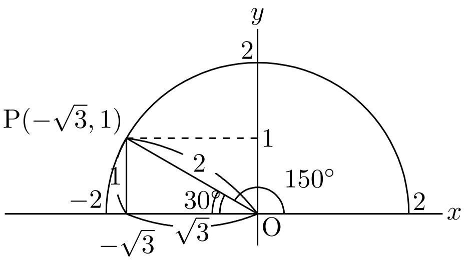
3. (1) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　(2) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

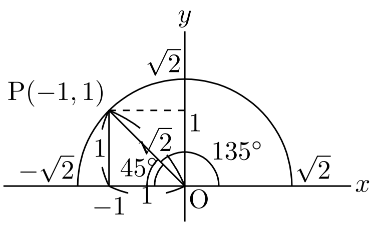
4. (1) $-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ または $-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　(2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ または $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

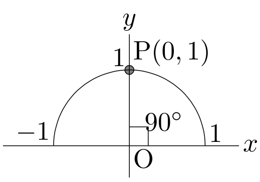
解説

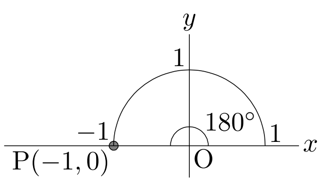
1. 原点を中心として半径 r の半円をかき，半円上の点 $\mathrm{P}(X,Y)$ とする．x 軸の正の向きと線分 OP のなす角を α とすると， $\sin\alpha=\dfrac{Y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{X}{r}$，$\tan\alpha=\dfrac{Y}{X}$











(1) $\sin 150^\circ=\dfrac{1}{2}$　(2) $\cos 135^\circ=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $\tan 150^\circ=\dfrac{1}{-\sqrt{3}}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $\sin 135^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(5) $\cos 120^\circ=\dfrac{-1}{2}=-\dfrac{1}{2}$　(6) $\tan 120^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{-1}=-\sqrt{3}$

(7) $\sin 180^\circ=\dfrac{0}{1}=0$　(8) $\cos 90^\circ=\dfrac{0}{1}=0$

2. (1) $28^\circ+152^\circ=180^\circ$ より，$\sin 152^\circ=\sin 28^\circ$　(2) $15^\circ+165^\circ=180^\circ$ より，$\cos 165^\circ=-\cos 15^\circ$　(3) $33^\circ+147^\circ=180^\circ$ より，$\tan 147^\circ=-\tan 33^\circ$

3. (1) $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ より，$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$ このとき，α は鋭角なので，$\sin\alpha>0$

よって $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

(2) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\div\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

4. (1) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ より，$\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha=1+\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{4}$ よって $\cos^2\alpha=\dfrac{4}{5}$.

α は鈍角なので，$\cos\alpha<0$ よって $\cos\alpha=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

(2) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ より，$\sin\alpha=\tan\alpha\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$