

解答

1. (1) 最小値 -4 ($x = 0$) (2) 最大値 -3 ($x = -4$)
 (3) 最小値 -12 ($x = 2$) (4) 最大値 $\frac{17}{8}$ ($x = \frac{3}{4}$)
2. (1) 最大値 -7 ($x = 0$), 最小値 -112 ($x = 3$) (2) 最大値 22 ($x = 3$), 最小値 2 ($x = 1$)
 (3) 最大値 3 ($x = 0$), 最小値 -12 ($x = 3$) (4) 最大値 $\frac{4}{3}$ ($x = \frac{1}{3}$), 最小値 -20 ($x = 3$)
3. (1) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 11x + 160, 0 \leq x < 32$ (2) 最大値 $\frac{441}{2}$ (cm^2) ($x = 11(\text{cm})$)
4. (1) 2個, $(1, 0), (2, 0)$ (2) 1個, $(-1, 0)$ (3) 0個
5. (1) $k < 2$ (2) $k = 2$ (3) $k > 2$

解説

1. $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは $a > 0$ のとき下に凸より頂点で最小値, $a < 0$ のとき上に凸より頂点で最大値

- (1) $a = 5 > 0$ より下に凸, 最小値 -4 ($x = 0$) (2) $a = -2 < 0$ より上に凸, 最大値 -3 ($x = -4$)
 (3) $y = 3(x^2 - 4x) = 3\{(x - 2)^2 - 4\} = 3(x - 2)^2 - 12, a = 3 > 0$ より下に凸, 最小値 -12 ($x = 2$)
 (4) $y = -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) + 1 = -2\left\{\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right\} + 1 = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} + 1 = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$
 $a = -2 < 0$ より上に凸, 最大値 $\frac{17}{8}$ ($x = \frac{3}{4}$)

2. (1) 頂点 $(-1, 0)$ は範囲外で, $x = 0$ のとき $y = -7, x = 3$ のとき $y = -112$

よって 最大値 -7 ($x = 0$), 最小値 -112 ($x = 3$)

(2) グラフは下に凸, 頂点 $(1, 2)$ で最小で, $x = 0$ のとき $y = 7, x = 3$ のとき $y = 22$

よって 最大値 22 ($x = 3$), 最小値 2 ($x = 1$)

(3) $y = (x - 4)^2 - 16 + 3 = (x - 4)^2 - 13$, 頂点 $(4, -13)$ は範囲外で, $x = 0$ のとき $y = 3,$

$x = 3$ のとき $y = -12$ よって, 最大値 3 ($x = 0$), 最小値 -12 ($x = 3$)

(4) $y = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) + 1 = -3\left\{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}\right\} + 1 = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 1 = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}$

グラフは上に凸, 頂点 $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ で最大で, $x = 0$ のとき $y = 1, x = 3$ のとき $y = -20$

よって 最大値 $\frac{4}{3}$ ($x = \frac{1}{3}$), 最小値 -20 ($x = 3$)

3. (1) $y = \frac{1}{2}(10 + x)(32 - x) = \frac{1}{2}(320 - 10x + 32x - x^2) = -\frac{1}{2}x^2 + 11x + 160$

$x \geq 0$, 高さ $32 - x > 0$ より $0 \leq x < 32$

(2) $y = -\frac{1}{2}(x^2 - 22x) + 160 = -\frac{1}{2}\{(x - 11)^2 - 121\} + 160 = -\frac{1}{2}(x - 11)^2 + \frac{121}{2} + 160 = -\frac{1}{2}(x - 11)^2 + \frac{441}{2}$

グラフは上に凸, 頂点 $\left(11, \frac{441}{2}\right)$ で最大 よって, 最大値 $\frac{441}{2}$ (cm^2) ($x = 11(\text{cm})$)

4. (1) 判別式 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1 > 0$ よって共有点 2 個, $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2) = 0$ より $x = 1, 2$ したがって, 共有点の座標は $(1, 0), (2, 0)$

(2) 判別式 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0$ よって共有点 1 個, $-2x^2 - 4x - 2 = -2(x + 1)^2 = 0$ より $x = -1$ したがって, 共有点の座標は $(-1, 0)$

(3) 判別式 $D = 4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = -4 < 0$ よって共有点 0 個

5. (1) $D = 64 - 32k > 0$ よって $k < 2$ (2) $D = 64 - 32k = 0$ よって $k = 2$ (3) $D = 64 - 32k < 0$ よって $k > 2$