第３章 2.「２次関数の最大・最小」「２次関数と２次方程式」 第２回

解答

1. (1) 最大値 2 $(x=0)$ (2) 最小値 -3 $(x=-2)$

(3) 最大値 4 $(x=2)$ (4) 最小値 $-\dfrac{4}{3}$ $\left(x=-\dfrac{1}{3}\right)$

2. (1) 最大値 50 $(x=4)$, 最小値 5 $(x=1)$ (2) 最大値 13 $(x=1)$, 最小値 -3 $(x=3)$

(3) 最大値 3 $(x=2)$, 最小値 -5 $(x=4)$ (4) 最大値 -5 $(x=1)$, 最小値 -59 $(x=4)$

3. (1) $y=2x^2-20x+100,\ 0<x<10$ (2) 最小値 $50(\mathrm{cm}^2)$ $(x=5(\mathrm{cm}))$

4. (1) 0 個 (2) 1 個, $(2,0)$ (3) 2 個, $(2,0),(5,0)$

5. (1) $k>-\dfrac{1}{2}$ (2) $k=-\dfrac{1}{2}$ (3) $k<-\dfrac{1}{2}$

解説

1. $y=ax^2+bx+c$ のグラフは $a>0$ のとき下に凸より頂点で最小値, $a<0$ のとき上に凸より頂点で最大値

(1) $a=-1<0$ より上に凸，最大値 2 $(x=0)$ (2) $a=3>0$ より下に凸，最小値 -3 $(x=-2)$

(3) $y=-2(x^2-4x)-4=-2\{(x-2)^2-4\}-4=-2(x-2)^2+8-4=-2(x-2)^2+4$
$a=-2<0$ より上に凸，最大値 4 $(x=2)$

(4) $y=3\left(x^2+\dfrac{2}{3}x\right)-1=3\left\{\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{1}{9}\right\}-1=3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{1}{3}-1=3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$
$a=3>0$ より下に凸，最小値 $-\dfrac{4}{3}$ $\left(x=-\dfrac{1}{3}\right)$

2. (1) 頂点 $(0,2)$ は範囲外で，$x=1$ のとき $y=5$, $x=4$ のとき $y=50$ よって，最大値 50 $(x=4)$, 最小値 5 $(x=1)$

(2) グラフは下に凸, 頂点 $(3,-3)$ で最小で，$x=1$ のとき $y=13$, $x=4$ のとき $y=1$
よって 最大値 13 $(x=1)$, 最小値 -3 $(x=3)$

(3) $y=-2(x-2)^2+3$，グラフは上に凸, 頂点 $(2,3)$ で最大で，$x=1$ のとき $y=1$, $x=4$ のとき $y=-5$
よって 最大値 3 $(x=2)$, 最小値 -5 $(x=4)$

(4) $y=-3\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}$，頂点 $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{7}{4}\right)$ は範囲外で，$x=1$ のとき $y=-5$, $x=4$ のとき $y=-59$
よって 最大値 -5 $(x=1)$, 最小値 -59 $(x=4)$

3. (1) $y=x^2+(10-x)^2=x^2+100-20x+x^2=2x^2-20x+100$，1 辺 $x>0,\ 10-x>0$ よって $0<x<10$

(2) $y=2x^2-20x+100=2(x^2-10x)+100=2\{(x-5)^2-25\}+100=2(x-5)^2-50+100=2(x-5)^2+50$
グラフは下に凸で，頂点 $(5,50)$ で最小 よって最小値 $50(\mathrm{cm}^2)$ $(x=5(\mathrm{cm}))$

4. (1) 判別式 $D=(-2)^2-4\cdot4\cdot1=-12<0$ よって共有点 0 個

(2) 判別式 $D=8^2-4\cdot(-2)\cdot(-8)=0$ よって共有点 1 個，$-2x^2+8x-8=-2(x-2)^2=0$ より $x=2$
したがって共有点の座標は $(2,0)$

(3) 判別式 $D=7^2-4\cdot(-1)\cdot(-10)=9>0$ よって共有点 2 個，$-x^2+7x-10=-(x-2)(x-5)=0$ より
$x=2,5$ したがって共有点の座標は $(2,0),(5,0)$

5. (1) $D=4+8k>0$ よって $k>-\dfrac{1}{2}$ (2) $D=4+8k=0$ よって $k=-\dfrac{1}{2}$

(3) $D=4+8k<0$ よって $k<-\dfrac{1}{2}$