

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第3章 6 「極座標による2重積分 (その3)」 第1回

例題 D を () 内の不等式で表される xy 平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を極座標変換によって求めよ。

$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy \quad (1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0)$$

解
$$\begin{aligned} \iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_1^3 \frac{r \cos \theta}{r^2} r dr d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_1^3 \cos \theta dr d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_1^3 dr \right\} \cos \theta d\theta \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [r]_1^3 \cos \theta d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos \theta d\theta = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = 2 [\sin \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 2 \{1 - (-1)\} = 4 \end{aligned}$$

1. D を () 内の不等式で表される xy 平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を極座標変換によって求めよ。

(1)
$$\iint_D y dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0, y \geq 0)$$

(2)
$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy \quad (1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0)$$

(3)
$$\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy \quad (1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0)$$

(4)
$$\iint_D y (x^2 + y^2)^2 dx dy \quad (x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0)$$