

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第3章 3 「2重積分の計算 (その3)」 第1回

例題 D を () 内の不等式で表される xy 平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を求めよ。

$$(1) \iint_D y dx dy \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 2 \sin x\right) \quad (2) \iint_D xy dx dy \quad (0 \leq y \leq 1, y^2 \leq x \leq y)$$

解 (1) 教科書 p.72 の2重積分の計算 (2) の式 (7) を用いて y で積分してから x で積分すると

$$\begin{aligned} \iint_D y dx dy &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^{2 \sin x} y dy \right\} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^{2 \sin x} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot (2 \sin x)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 \right\} dx \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 x dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2x) dx = \left[x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi \right) - \left\{ -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin(-\pi) \right\} = \pi \end{aligned}$$

(2) 教科書 p.72 の2重積分の計算 (2) の式 (8) を用いて x で積分してから y で積分すると

$$\begin{aligned} \iint_D xy dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_{y^2}^y xy dx \right\} dy = \int_0^1 \left[\frac{1}{2} x^2 y \right]_{y^2}^y dy = \int_0^1 \left(\frac{1}{2} y^3 - \frac{1}{2} y^5 \right) dy \\ &= \left[\frac{1}{8} y^4 - \frac{1}{12} y^6 \right]_0^1 = \frac{1}{24} \end{aligned}$$

1. D を () 内の不等式で表される xy 平面上の領域とするとき、次の2重積分の値を求めよ。

$$(1) \iint_D y dx dy \quad (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x)$$

$$(2) \iint_D y dx dy \quad (0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq y^2)$$

$$(3) \iint_D x dx dy \quad (0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x)$$

$$(4) \iint_D x dx dy \quad \left(0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x \leq 2 \cos y\right)$$