

日付	学科	学年	番号	名前
/				

## 第2章 4 「極大・極小」 第1回

**例題** 関数  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 6x + 2y$  が極値をとり得る点を求めよ.

**解**  $z_x = 2x + 2y - 6 = 0, z_y = 2x - 2y + 2 = 0$  より  $x + y = 3 \cdots \textcircled{1}, x - y = -1 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$  より  $2x = 2$ , よって  $x = 1$ ,  $\textcircled{1}$  より  $y = 2$  従って極値をとり得る点は  $(1, 2)$

1. 次の関数が極値をとり得る点を求めよ.

(1)  $z = x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 2y$

(2)  $z = x^2 - xy + y^2 - 2x - 2y$

(3)  $z = x^3 - 6xy + 3y^2$

**例題** 関数  $z = 2x^2 - 3xy + 2y^2 - 5x + 2y$  の極値を求めよ.

**解**  $z_x = 4x - 3y - 5 = 0, z_y = -3x + 4y + 2 = 0$  より  $4x - 3y = 5 \cdots \textcircled{1}, 3x - 4y = 2 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2} \times 3$  より  $7x = 14$ , よって  $x = 2$   $\textcircled{1}$  より  $y = 1$  従って極値をとり得る点は  $(2, 1)$

$z_{xx} = 4, z_{xy} = -3, z_{yy} = 4$  教科書 p. 50 より

$$H = f_{xx}f_{yy} - (f_{xy})^2 = z_{xx}z_{yy} - (z_{xy})^2$$

$$= 4 \cdot 4 - (-3)^2 = 7 > 0, z_{xx} = f_{xx} = 4 > 0 \therefore \text{極小}$$

$$x = 2, y = 1 \text{ のとき } z = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = -4$$

よって点  $(2, 1)$  で極小値  $-4$  をとる.

2. 関数  $z = 3x^2 + 3xy + y^2 - 3x + y$  の極値を求めよ.