日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前
／				

第１章 4 「オイラーの公式」 第１回

例題 $\alpha = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ とするとき，α^6 の実部と虚部を求めよ．

解 $\alpha = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}} = \cos\theta + i\sin\theta$ とおく．$\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ は $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ であり

$$\alpha^6 = \left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^6$$

ド・モアブルの公式 $(\cos x + i\sin x)^n = \cos nx + i\sin nx$ を用いると

$$\alpha^6 = \left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^6 = \cos\frac{3}{2}\pi + i\sin\frac{3}{2}\pi = 0 - i$$

よって，α^6 の実部は 0，虚部は -1 である．

1. $\alpha = \dfrac{-1+i}{\sqrt{2}}$ とするとき，α^8 の実部と虚部を求めよ．

2. $\alpha = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ とするとき，α^{10} の実部と虚部を求めよ．

例題 α が複素数の定数のとき，$(e^{\alpha x})' = \alpha e^{\alpha x}$ が成り立つことを用いて，関数 $e^{(1+i)x}$ の導関数を求めよ．

解答 $\{e^{(1+i)x}\}' = (1+i)e^{(1+i)x}$

3. 次の関数の導関数を求めよ．

(1) $e^{(2-i)x}$　　(2) e^{-2ix}