

解答

1. (1) $(2, -1)$ (2) $(2, 2)$ (3) $(0, 0), (2, 2)$

2. 点 $(3, -5)$ で極小値 -7

解説

1. (1) $z_x = 2x + 3y - 1 = 0$ より $2x + 3y = 1 \cdots \textcircled{1}$

$z_y = 3x + 4y - 2 = 0$ より $3x + 4y = 2 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2} \times 3 - \textcircled{1} \times 4$ より $x = 2$

$\textcircled{1}$ より $y = -1$

極値をとり得る点は $(2, -1)$

(2) $z_x = 2x - y - 2 = 0$ より $2x - y = 2 \cdots \textcircled{1}$

$z_y = -x + 2y - 2 = 0$ より $-x + 2y = 2 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2}$ より $3x = 6$ よって $x = 2$

$\textcircled{1}$ より $y = 2$

極値をとり得る点は $(2, 2)$

(3) $z_x = 3x^2 - 6y = 0$ より $x^2 - 2y = 0 \cdots \textcircled{1}$

$z_y = -6x + 6y = 0$ より $x - y = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ より $y = x \cdots \textcircled{3}$, $\textcircled{1}$ より $x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0 \quad \therefore x = 0, 2$

$\textcircled{3}$ より $x = 0$ のとき $y = 0$, $x = 2$ のとき $y = 2$

極値をとり得る点は $(0, 0), (2, 2)$

2. $z_x = 6x + 3y - 3 = 0$ より $2x + y = 1 \cdots \textcircled{1}$

$z_y = 3x + 2y + 1 = 0$ より $3x + 2y = -1 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2}$ より $x = 3$

$\textcircled{1}$ より $y = -5$

極値をとり得る点は $(3, -5)$

$z_{xx} = 6, z_{xy} = 3, z_{yy} = 2$ 教科書 p. 50 より

$H = f_{xx}f_{yy} - (f_{xy})^2 = z_{xx}z_{yy} - (z_{xy})^2$

$= 6 \cdot 2 - 3^2 = 3 > 0, z_{xx} = f_{xx} = 6 > 0 \quad \therefore$ 極小

$x = 3, y = -5$ のとき

$z = 3^3 + 3^2(-5) + (-5)^2 - 3^2 - 5 = -7$

よって点 $(3, -5)$ で極小値 -7 をとる.