

第2章 1 「偏導関数」 第3回

解答

1. (1) $f_x = -2xy + 2y^2, f_y = -x^2 + 4xy + 3y^2$
 (2) $f_x = 6x^2 - 2xy^3 - y^2, f_y = -3x^2y^2 - 2xy$
 (3) $f_x = 8x^3 + 9x^2y - y^3, f_y = 3x^3 - 3xy^2$
 (4) $f_x = 12x^2y - 8xy^2 + y^3, f_y = 4x^3 - 8x^2y + 3xy^2$
 (5) $f_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y}}, f_y = -\frac{1}{2\sqrt{x^2 - y}}$
 (6) $f_x = -y \sin(xy + 2y)$
 $f_y = -(x + 2) \sin(xy + 2y)$

2. (1) $f_x(2, 1) = 40, f_y(2, 1) = 5$
 (2) $f_x(2, 1) = -1, f_y(2, 1) = 2$
 (3) $f_x(2, 1) = \frac{1}{3}, f_y(2, 1) = \frac{2}{3}$

解説

1. (1) $f_x = (-x^2y + 2xy^2 + y^3)_x, y, y^2, y^3$ は定数だから $f_x = -(x^2)'y + 2(x)'y^2 = -2xy + 2y^2$
 $f_y = (-x^2y + 2xy^2 + y^3)_y, x^2, x$ は定数だから $f_y = -x^2(y)' + 2x(y^2)' + (y^3)'$
 $= -x^2 + 4xy + 3y^2$
 (2) $f_x = (2x^3 - x^2y^3 - xy^2)_x, y^3, y^2$ は定数だから $f_x = 2(x^3)' - (x^2)'y^3 - (x)'y^2$
 $= 6x^2 - 2xy^3 - y^2$
 $f_y = (2x^3 - x^2y^3 - xy^2)_y, x^3, x^2, x$ は定数だから $f_y = -x^2(y^3)' - x(y^2)' = -3x^2y^2 - 2xy$
 (3) $f_x = (2x^4 + 3x^3y - xy^3)_x, y, y^3$ は定数だから $f_x = 2(x^4)' + 3(x^3)'y - (x)'y^3$
 $= 8x^3 + 9x^2y - y^3$
 $f_y = (2x^4 + 3x^3y - xy^3)_y, x^4, x^3, x$ は定数だから $f_y = 3x^3(y)' - x(y^3)' = 3x^3 - 3xy^2$
 (4) $f_x = \{(2x^2y - xy^2)(2x - y)\}_x$
 $= (2x^2y - xy^2)_x(2x - y)$
 $+ (2x^2y - xy^2)(2x - y)_x$
 y, y^2 は定数だから
 $f_x = (4xy - y^2)(2x - y) + 2(2x^2y - xy^2)$
 $= 12x^2y - 8xy^2 + y^3$
 $f_y = \{(2x^2y - xy^2)(2x - y)\}_y$
 $= (2x^2y - xy^2)_y(2x - y)$
 $+ (2x^2y - xy^2)(2x - y)_y,$
 x^2, x は定数だから
 $f_y = (2x^2 - 2xy)(2x - y) - (2x^2y - xy^2)$
 $= 4x^3 - 8x^2y + 3xy^2$

- (5) y は定数だから
 $f_x = \{(x^2 - y)^{\frac{1}{2}}\}_x = \frac{1}{2}(x^2 - y)^{-\frac{1}{2}}(x^2 - y)_x$
 $= \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - y}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y}}$
 x^2 は定数だから
 $f_y = \{(x^2 - y)^{\frac{1}{2}}\}_y = \frac{1}{2}(x^2 - y)^{-\frac{1}{2}}(x^2 - y)_y$
 $= \frac{-1}{2\sqrt{x^2 - y}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^2 - y}}$

- (6) y は定数だから
 $f_x = \{-\sin(xy + 2y)\}(xy + 2y)_x$
 $= -y \sin(xy + 2y)$
 x は定数だから
 $f_y = \{-\sin(xy + 2y)\}(xy + 2y)_y$
 $= -(x + 2) \sin(xy + 2y)$

2. (1) $f_x = (x^4 + 2x^2y - y^3)_x, y, y^3$ は定数だから
 $f_x = (x^4)' + 2(x^2)'y = 4x^3 + 4xy$
 $f_y = (x^4 + 2x^2y - y^3)_y, x^4, x^2$ は定数だから
 $f_y = 2x^2(y)' - (y^3)' = 2x^2 - 3y^2$
 (2, 1) を代入して $f_x(2, 1) = 32 + 8 = 40$
 $f_y(2, 1) = 8 - 3 = 5$
 (2) $f_x = \frac{(x)_x(x - y) - x(x - y)_x}{(x - y)^2}, y$ は定数だから $f_x = \frac{x - y - x}{(x - y)^2} = -\frac{y}{(x - y)^2}$
 $f_y = \frac{(x)_y(x - y) - x(x - y)_y}{(x - y)^2}, x$ は定数だから $f_y = \frac{x}{(x - y)^2}, (2, 1)$ を代入して
 $f_x(2, 1) = -\frac{1}{(2 - 1)^2} = -1$
 $f_y(2, 1) = \frac{2}{(2 - 1)^2} = 2$
 (3) $f_x = \frac{(x + y^2)_x}{x + y^2}, y^2$ は定数だから
 $f_x = \frac{1}{x + y^2}$
 $f_y = \frac{(x + y^2)_y}{x + y^2}, x$ は定数だから
 $f_y = \frac{2y}{x + y^2}, (2, 1)$ を代入して
 $f_x(2, 1) = \frac{1}{2 + 1^2} = \frac{1}{3}$
 $f_y(2, 1) = \frac{2}{2 + 1^2} = \frac{2}{3}$