

第1章 2 「級数」 第2回

解答

解説

$$\begin{aligned}
 1. (1) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1) \cdot \frac{1}{n}}{(2n+1) \cdot \frac{1}{n}} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}} \\
 &= \frac{1}{2} \neq 0 \text{ より発散する.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n + 1}{2n^2 + 1} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n^2 + 2n + 1) \cdot \frac{1}{n^2}}{(2n^2 + 1) \cdot \frac{1}{n^2}} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} \\
 &= \frac{3}{2} \neq 0 \text{ より発散する.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{2n - 1} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + n) \cdot \frac{1}{n}}{(2n - 1) \cdot \frac{1}{n}} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 1}{2 - \frac{1}{n}} \\
 &= \infty \text{ より発散する.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n - 1}{n + 1} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 - n - 1) \cdot \frac{1}{n}}{(n + 1) \cdot \frac{1}{n}} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 1 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} \\
 &= \infty \text{ より発散する.}
 \end{aligned}$$

2. (1) 収束, $\frac{9}{2}$
 (2) 収束, $\frac{2}{3}$
 (3) 発散
 (4) 収束, $2 + \sqrt{2}$
 (5) 収束, $\frac{4}{3}$
 (6) 収束, $\frac{2}{9}$

1. 略

2. (1) $r = \frac{1}{3}$ より収束する.

$$\text{初項 } a = 3 \text{ より, 和は } \frac{3}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9}{2}$$

(2) $r = -\frac{1}{2}$ より収束する. 和は $\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

(3) $r = 3$ より発散する.

(4) $r = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ より収束する.

$$\begin{aligned}
 \text{和は } & \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \\
 &= \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 2 + \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

(5) $r = -\frac{1}{2}$ より収束する.

$$\text{初項 } a = 2 \text{ より, 和は } \frac{2}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$$

(6) $r = \frac{1}{10}$ より収束する.

$$\text{初項 } a = 0.2 \text{ より, 和は } \frac{0.2}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{2}{9}$$