

日付	学科	学年	番号	名前

第1章 7 「逆三角関数とその導関数」 第1回

例題 逆三角関数の定義式は

$$y = \sin^{-1} x \Leftrightarrow \sin y = x \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad y = \cos^{-1} x \Leftrightarrow \cos y = x \quad (0 \leq y \leq \pi)$$

$$y = \tan^{-1} x \Leftrightarrow \tan y = x \quad \left(-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{である。次の値を求めよ。}$$

$$(1) \quad y = \sin^{-1} \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad y = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$(3) \quad y = \tan^{-1} 0$$

解 (1) $y = \sin^{-1} \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\sin y = \frac{1}{2}$$

$$\text{より } y = \frac{\pi}{6}$$

(2) $y = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \Leftrightarrow$

$$\cos y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{より } y = \frac{3}{4}\pi$$

(3) $y = \tan^{-1} 0 \Leftrightarrow$

$$\tan y = 0$$

$$\text{より } y = 0$$

1. 次の値を求めよ。

$$(1) \quad y = \sin^{-1} 1$$

$$(2) \quad y = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(3) \quad y = \sin^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

2. 次の値を求めよ。

$$(1) \quad y = \cos^{-1} \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad y = \cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) \quad y = \cos^{-1}(-1)$$

3. 次の値を求めよ。

$$(1) \quad y = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(2) \quad y = \tan^{-1} \sqrt{3}$$

$$(3) \quad y = \tan^{-1}(-1)$$

4. 逆三角関数の微分 $(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $(\cos^{-1} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ を用いて、次の関数を微分せよ。

$$(1) \quad y = \sin^{-1} 3x$$

$$(2) \quad y = \cos^{-1} 2x$$

$$(3) \quad y = \tan^{-1} 2x$$